Geometría y Medida

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología



Serie
Cuadernos para el aula

Geometría y Medida

Los saberes que se ponen en juego

Para que los alumnos puedan aprender los saberes incluidos en los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios, en la escuela tendremos que proponer situaciones de enseñanza en las que se pongan en juego distintos aspectos de los mismos. Se trata de que los conocimientos matemáticos se introduzcan en el aula asociados con los distintos problemas que permiten resolver, para luego identificarlos y sistematizarlos.

- Establecer las referencias necesarias para ubicar objetos en el espacio tridimensional o sus representaciones en el plano.
- Interpretar y elaborar representaciones del espacio próximo, teniendo en cuenta las relaciones espaciales entre los objetos representados.
- Describir, reconocer y comparar triángulos, cuadriláteros y otras figuras, teniendo en cuenta el número de lados o vértices, la longitud de los lados, el tipo de ángulos, etcétera.
- Describir, reconocer y comparar cuerpos según la forma y el número de caras, y representarlos con diferentes recursos.
- Copiar y construir figuras[1] utilizando las propiedades conocidas, mediante el uso de regla, escuadra y compás, evaluando la adecuación de la figura obtenida a la información dada.
- Componer y descomponer figuras, estableciendo relaciones entre las propiedades de sus elementos.
- Analizar afirmaciones acerca de las propiedades de las figuras dadas y argumentar sobre su validez.[2]

[1] La complejidad de la tarea estará dada por el repertorio de figuras y propiedades involucradas y por los materiales que se utilicen.

[2] La complejidad de la tarea estará dada por el repertorio de figuras y propiedades involucradas, promoviendo el avance desde comprobaciones empíricas (plegados, superposiciones, comparaciones, usando regla o compás) hacia argumentaciones más generales.

- Estimar, medir efectivamente, eligiendo el instrumento y registrar cantidades, utilizando una unidad adecuada[3] en función de la situación.
- Comparar y medir ángulos con diferentes recursos, utilizando el ángulo recto como unidad y fracciones de esa unidad.
- Comparar y calcular cantidades de uso social habitual, estableciendo equivalencias si la situación lo requiere.

Propuestas para la enseñanza

En este apartado, intentamos precisar el alcance y el sentido de los conocimientos que se priorizan en el Eje "Geometría y Medida". Para ello, proponemos algunos ejemplos de actividades para desarrollar en el aula y de producciones de los niños. Además, presentamos secuencias de actividades que muestran el tipo de trabajo matemático propuesto desde el enfoque explicitado en el inicio de este *Cuaderno*[4].

Para establecer y representar relaciones espaciales

El dominio del espacio es objeto de aprendizajes por parte de los niños desde mucho antes de que comienzan la escolaridad obligatoria y se apoya en una multiplicidad de interacciones con el medio material y humano. En función de estas interacciones, los niños, al iniciar su escolaridad, han logrado un cierto dominio práctico del espacio que los rodea y han elaborado ciertas concepciones ligadas a los objetos y a los lugares que lo constituyen. Por ejemplo, pueden reconocer algunas posiciones de los objetos con respecto al propio cuerpo y de los objetos entre sí, y comparar longitudes y distancias.

Una de las funciones de la enseñanza en el área de Matemática es enriquecer estas concepciones iniciales, desarrollando la comunicación de la información sobre el espacio cotidiano, el poder de anticipación y el control de los efectos de las acciones sobre ese espacio. Esto ocurre, principalmente, cuando se propone pasar de la percepción del espacio en sentido práctico a la representación del espacio. Un campo de experiencias fecundo en relación con las prácticas sobre el espacio sienta las bases para el desarrollo del pensamiento geométrico en el niño. El control del espacio físico habilitaría en los chicos múltiples posibilidades:

---

[3] Para expresar las medidas, se usarán fracciones y expresiones decimales con el alcance que se señala en el Eje "Número y Operaciones" de estos Núcleos de Aprendizajes Prioritarios.

[4] En reiteradas ocasiones, se propondrán actividades a partir de lo que se ha realizado en el año/grado anterior. En los casos en que los chicos no hayan realizado dicho trabajo u otro similar, es conveniente consultar *Cuadernos para el aula: Matemática 3* para que, en función de los conocimientos del grupo, el docente decida cómo adaptar la propuesta que allí se incluye.

- desplazar objetos para encontrar y comunicar su posición en el espacio;
- reconocer, describir, recorrer y transformar desplazamientos en el espacio y
- reconocer, describir, fabricar y transformar objetos.

Dado que muchos de estos conocimientos se generan de modo práctico fuera de la escuela, se podría pensar que todos los aprendizajes que se vinculan al dominio espacial se adquieren en toda su complejidad de esta forma. Sin embargo, son numerosos los indicios acerca de las dificultades que poseen los jóvenes y los adultos en relación con prácticas espaciales complejas que exigen la anticipación, el control, la comunicación y la representación de las relaciones que se ponen en juego en y con el espacio.

El trabajo con las representaciones juega un papel fundamental en la evolución de los conocimientos espaciales, sobre todo cuando se trata de controlar un espacio mayor que el que se abarca manual o visualmente. Describir, comunicar e interpretar, tanto la ubicación de los objetos como sus posibles desplazamientos, permite la utilización de diagramas, dibujos o gráficos. En este sentido, entendiendo la comunicación oral de relaciones espaciales como una forma de representarlas, el vocabulario específico se irá introduciendo naturalmente cuando se necesite describir, comunicar o representar figuras, posiciones y desplazamientos.[5]

Las representaciones pueden ser objeto de estudio desde distintos aspectos. Entre ellos, su adecuación al problema para el cual son producidos o utilizados, lo que requiere seleccionar la información para resolver el problema que se plantee; la legibilidad, es decir la posibilidad de interpretación de los medios y los códigos utilizados; las relaciones entre lo representado y su representación; las variaciones de las representaciones según los puntos de vista del observador.

Así, el trabajo sobre las representaciones del espacio es uno de los ejes de las propuestas para el Segundo Ciclo. En 4° año/grado buscaremos continuar con las experiencias realizadas en el Primer Ciclo para complejizarlas, ampliarlas y profundizarlas. Es por ello que proponemos plantear un conjunto de situaciones problemáticas, como las que se describen a continuación, que permitan el reconocimiento y el uso de relaciones espaciales en diversos espacios, tanto conocidos como nuevos, de distintos tamaños, y fundamentalmente representados. Sin embargo, como las prácticas efectivas sobre el espacio favorecen el desarrollo de las primeras nociones de ubicación y orientación, estas debieran ser incluidas en las clases si no han sido desarrolladas durante el Primer Ciclo.

---

[5] **Recomendación de lectura:** para la caracterización de problemas espaciales, se puede profundizar en Broitman, C. e Itzcovich, H. (2003), “Geometría en los primeros años de la EGB: Problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza”, en Panizza, M., *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*, Buenos Aires, Paidós.

Por medio de estas situaciones, se busca promover que los niños interpreten y describan posiciones en el espacio y en el plano; interpreten y describan trayectos en el espacio y en el plano, que no hayan sido necesariamente recorridos por los niños; identifiquen e interpreten códigos de señalización en mapas, interpreten planos de espacios no conocidos y elaboren planos de espacios conocidos, pero de mayor tamaño que los realizados en el Primer Ciclo.

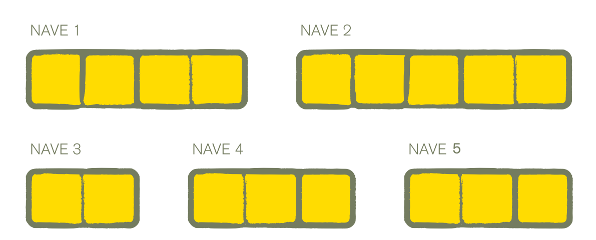
Plantear situaciones para ubicar posiciones en función de distintas referencias

Con el fin de que los chicos desarrollen aprendizajes que les permitan ubicarse en función de distintas referencias, tendremos en cuenta algunas propuestas para ubicar posiciones tanto en el espacio de dos como de tres dimensiones, variando la cantidad y el tipo de referencias.

En la propuesta de *Cuadernos para el aula: Matemática 3*, se propone que los niños resuelvan situaciones del tipo ”La batalla naval”, en las que es necesario ubicar un objeto en una cuadrícula recuperando, de ese modo, un juego muy habitual entre los chicos de estas edades. Se trata de un ejemplo particular de ubicación de una posición en la que el espacio es de dos dimensiones y donde se toman dos referencias: un eje horizontal, donde las posiciones sucesivas se indican con números y otro eje vertical donde las posiciones se indican con letras.

“La batalla naval” podría ser retomada o planteada por primera vez en 4° año/grado, enriqueciéndola con una cuadrícula que contenga más casilleros y con objetos que, por sus características, exijan mayor nivel de anticipación para ubicarlos en la cuadrícula.

“Batalla naval”: usar coordenadas para la ubicación precisa de puntos en el plano.
Material: 2 cuadrículas para cada pareja de alumnos. Cada una es de 11 x 11 con letras de la A hasta la J, en la primera columna, y con números de 1 al 10 en la primera fila, dejando en ambos casos el primer casillero vacío. 5 fichas que representan los barcos.: 2 fichas de 3 casilleros, 1 ficha de 2, 1 de 5 y otra de 4, como se indica a continuación:



Organización de la clase: se divide en grupos de 4 alumnos, a la vez subdivididos en parejas.

Desarrollo: el juego consiste en “hundir” las naves del equipo contrario. Las parejas de cada grupo se ubican de modo de no poder ver las cuadrículas de sus compañeros. Cada pareja debe colocar las fichas (naves) en una de sus cuadrículas, de modo tal que no resulten “vecinas” y en ella irán marcando las posiciones que diga la pareja opositora. Luego, cada uno a su turno, debe tratar de averiguar la posición de las naves de la pareja opositora. Para ello, deben usar pares de números y letras, por ejemplo: *A;4*. La otra pareja contestará *averiado*, *hundido* o *agua (X)*, según si el par corresponde a una parte de la nave, completa su localización o si no corresponde a la posición asignada respectivamente. El registro de esta información en la otra cuadrícula permite controlar las jugadas y facilita el logro del objetivo.

Según la experiencia previa de los chicos, propondremos jugar una o varias veces y también decidiremos si se plantean o no actividades con jugadas simuladas. Esto significa una tarea de mayor complejidad, pues los chicos deben responder sin realizar efectivamente la jugada. Una actividad con jugadas simuladas es la siguiente:

• Juan ya le había hundido dos barcos a Marcos: uno como la nave 2 y otro como la nave 1. Este es su tablero:

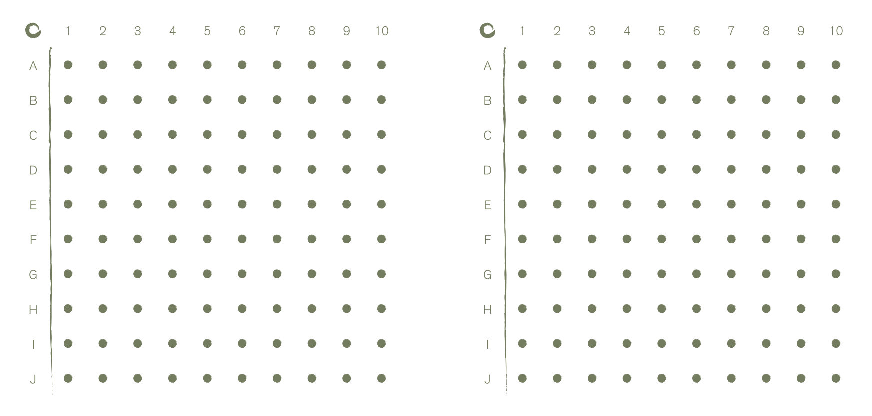
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A				X				X		
B										X
C										
D										
E	X									X
F										
G										X
H						X				
I										
J				X						X

a) A su turno, Juan le dice *F8* y Marcos le contesta: *Averiado*. Indicá de cuántos casilleros puede ser el barco.
b) Señalá en la cuadrícula todos los lugares en los que podría estar el barco y luego escribí los pares que podrá nombrar Juan para intentar hundirlo.
c) En la próxima jugada Juan dice *F7* y Marcos responde *Averiado*. Escribí los pares que permitirían localizar exactamente el barco.

Esta actividad permite discutir cuáles son las estrategias que los alumnos utilizan para intentar localizar las posiciones de los barcos que, en este caso, resultan de una sucesión de dos, tres, cuatro o cinco posiciones que tienen todas la misma letra (están en la misma fila) o todas el mismo número (están en la misma columna).

Si los chicos ya hubieran realizado actividades similares a las presentadas, pasaremos directamente a “La batalla geométrica”.[6]

Una variante interesante, similar a “La batalla naval”, pero quizás menos conocida por los chicos, es “La batalla geométrica” en la que se propone cambiar los tableros de juego por otros, con las mismas referencias en filas y columnas, pero reemplazando las celdas por puntos y cambiar las naves por formas geométricas, como rectángulos y cuadrados.



Podemos presentar el juego con una consigna como la siguiente:

> • *Cada jugador traza, en uno de los tableros, tres figuras que sean cuadrados o rectángulos. Cada una de las figuras debe tener desde uno y hasta cuatro puntos interiores y no pueden tocarse ni superponerse. El objetivo es descubrir dónde están ubicadas cada una de las tres figuras que dibujó el otro jugador. Para eso, por turno, los jugadores van diciendo posiciones y anotando en el segundo tablero la característica de ese punto según sus contrincantes respondan “vértice”, “lado”, si es un punto de un lado distinto de un vértice, o “interior”, si es interior a la figura o “nada” si no pertenece a ella. Gana el jugador que primero descubra la posición exacta de las tres figuras.*

---

[6] Esta actividad es una adaptación de la que aparece en Chara, S., Zillberman, G. (2004), *Los libros de 4°. Matemática*, Buenos Aires, Longseller.

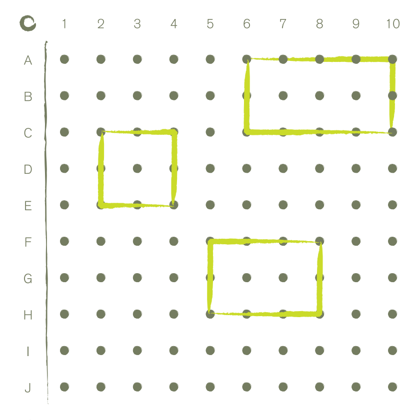
La innovación del juego, que implica una doble complejización, suele suscitar un poco de sorpresa, desconcierto y también respuestas activas de búsqueda, ensayo y error, por parte de los chicos. Por un lado, el tamaño de las figuras pueden elegirlo ellos, pues la restricción “con uno a cuatro puntos interiores” conduce a que los cuadrados tengan uno o cuatro puntos interiores y los rectángulos uno, dos, tres o cuatro puntos interiores. Por otro lado, los puntos que determinan las figuras no están todos alineados, por lo tanto habrá que tener en cuenta las características de las figuras para elegir los puntos.

En este sentido, es posible proponer diferentes niveles de complejidad: las figuras pueden tener los lados paralelos a los ejes o no. Esto podrá ser instrumentado por el docente según sus propósitos y las características de su grupo de alumnos.

También en este caso, luego de varias jugadas, podemos presentar para realizar, en forma individual y por escrito, actividades en las que se plantean jugadas simuladas, como la siguiente:



• Andy está jugando con Ema y puso sus barcos en este tablero:



a) Cuando Ema dijo *A8*, Andy le contestó *lado* y cuando dijo *A6* y *C10*, le respondió *vértice*. Indicá qué puede decir Ema para encontrar los otros vértices de la figura.

b) Ema dijo *F5* y *F8* y Andy le contestó *vértice*. Si ahora dice *I5,* ¿qué figura cree que encontró?

Desde el punto de vista de la apropiación de nociones espaciales, lo interesante de “La batalla geométrica” radica en que el tablero, al estar conformado por puntos y no por casilleros como en “La batalla naval”, se ajusta más a las condiciones que se requieren para ubicar o localizar puntos en el plano, aprendizaje que irá siendo más relevante a medida que se avanza en la conceptualización del espacio matemático.

Plantear situaciones para producir e interpretar representaciones del espacio tridimensional

Para que los niños establezcan relaciones entre el espacio tridimensional y sus representaciones bidimensionales, podemos proponer, por ejemplo, que interpreten planos de viviendas y que elaboren croquis para que se familiaricen con las convenciones que se tienen en cuenta al dibujarlos. En el caso que los chicos no hayan tenido la oportunidad de trabajar con propuestas como estas en los años anteriores, recomendamos hacer una adaptación de las que aparecen en *Cuadernos para el aula: Matemática 3* y desarrollarlas, antes de avanzar con las siguientes.

La complejización de la tarea en 4° año/grado está dada por diferentes criterios: el aumento del tamaño del espacio representado, el tipo de relaciones entre los elementos que lo componen, el conocimiento o no del espacio sobre el que se trabaje y el avance en las exigencias respecto de la adecuación entre la situación espacial real y su representación.

Muchos conocimientos espaciales, como ya hemos mencionado, se han adquirido en una primera apropiación no escolar, en el marco de las prácticas y las interacciones sociales. Sin embargo, existen algunos conocimientos, por ejemplo, los referidos a la producción e interpretación de mapas y planos, cuya adquisición involucra representaciones simbólicas convencionales y, por lo tanto, exigen, para su construcción, una interacción sistemática con esas representaciones y un caudal de información que debe ser comunicado.

Avanzamos, entonces, compartiendo algunos itinerarios de trabajo posibles.

Las propuestas que involucran el estudio y el análisis de mapas, en la escuela provienen generalmente de las Ciencias Sociales y suelen ser una buena ocasión para trabajar buscando nexos con la Matemática. Asimismo, brindan la posibilidad de trabajar con los conocimientos espaciales y realizar experiencias como las relatadas más adelante, en las que el eje del trabajo es el conocimiento de un espacio geográfico y algunos aspectos sociales de la comunidad del paraje.

La propuesta siguiente es ejemplo para el **estudio y el análisis de mapas**; en ella encontramos una oportunidad para el estudio de mapas como forma de representación del espacio y de los aspectos convencionales implicados.

- La familia Aguirre, de la provincia de La Pampa, debe realizar un viaje en automóvil desde la localidad de General Pico hasta la localidad de General Acha.

Como es la primera vez que realizan ese recorrido, consultan el siguiente mapa:



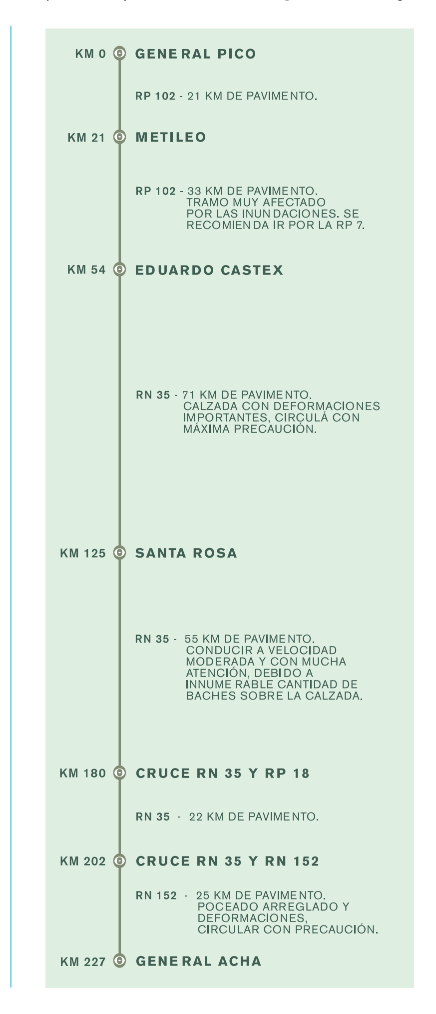
a) ¿Qué información pueden obtener del mapa?
b) ¿Cuáles son las diferentes opciones que tiene la familia Aguirre para realizar el recorrido previsto?

Después de discutir en conjunto las características del mapa y algunas claves para su interpretación, podemos proponer que los alumnos, reunidos en distintos grupos, escriban las instrucciones para realizar diversos recorridos. Por ejemplo:

- El papá desea realizar la mayor parte del viaje circulando rutas nacionales. ¿Cuál sería un recorrido posible?
- La mamá desea pasar por la localidad de Santa Rosa para visitar a su hermana. ¿Por dónde puede ir?

Luego, los grupos intercambian las instrucciones y analizan y discuten si, una vez realizadas, llegaron sin dificultad a destino. En este debate es interesante focalizar la discusión en las referencias que utilizaron los alumnos para describir los caminos propuestos. Además de los números de rutas, tendremos en cuenta el sentido del movimiento y de los giros que se realicen.

Para comparar este mapa con otra forma de representar el mismo espacio, se puede presentar la siguiente hoja de ruta.



• Un amigo de la familia les sugirió que consultaran en Internet.[7] Allí encontraron esta hoja de ruta para obtener más información.
a) ¿Qué diferencias tiene esta hoja de ruta respecto del mapa que había consultado la familia anteriormente?
b) ¿Qué otros datos obtendrán del recorrido a partir de él?

[7] Un sitio de Internet donde se encuentran mapas como este es: www.ruta0.com/rutas_argentinas.asp

A partir de la resolución de problemas como el planteado, o de otros similares, y a través de una reflexión guiada, podemos esperar que los chicos se aproximen a reconocer que las representaciones seleccionadas, el mapa y la hoja de ruta, tienen algunos rasgos comunes, como el nombre de las localidades por las que se pasará durante todo el recorrido, y la señalización de rutas provinciales y nacionales. También podrán reconocer algunas diferencias entre el mapa y la hoja de ruta: por ejemplo esta última refiere kilómetros de recorrido entre localidad y localidad, es una representación lineal, y no permite visualizar la localización de las ciudades en el espacio geográfico.

Las dos propuestas que proponemos a continuación toman como eje de trabajo el avance en la **elaboración de croquis**. En un caso, partimos del plano de un espacio conocido para anticipar una distribución de objetos en el mismo y, en otro, partimos de un espacio amplio real, que debe ser visitado por personas que no lo conocen. En ambos casos, aparece la necesidad de establecer convenciones o de utilizar las establecidas y de elegir las referencias que serán representadas.

Es frecuente que en las instituciones educativas, año a año, se realicen eventos que convoquen a la comunidad escolar, tales como muestras de trabajos, ferias de ciencias, muestras de arte, actos escolares, reuniones de padres o encuentros en la biblioteca, etc. Estas circunstancias pueden brindar un contexto adecuado que otorgue sentido a la interpretación de un plano de un espacio conocido para los chicos, como la escuela y los sitios aledaños, y que el plano funcione como guía para llegar al ámbito en el que se desarrollará el evento.

Las siguientes actividades pueden proponerse en el marco de la organización de una feria que se realice en la escuela. Antes de presentar el problema ligado a los conocimientos espaciales, es posible discutir con los alumnos distintas cuestiones referidas al proyecto que, eventualmente, podría comprometer a más de un año/grado de la escuela. Por ejemplo, *¿cuáles son los lugares de la escuela aptos para la exposición?, ¿cuántos stands será necesario instalar?, ¿cuáles son las temáticas que se abordan en cada uno?, ¿alguna de ellas requiere de un espacio con condiciones particulares? (por ejemplo oscuridad, mucho espacio para desplazamientos de alumnos y/o personas), ¿todos los stands pueden ser ubicados en la escuela o será necesario recurrir a algún lugar cercano fuera de ella?, ¿es aconsejable seguir un determinado orden en la visita de los stands?* Estas son algunas de las cuestiones sobre las que podemos debatir con los niños y recolectar información para tomar decisiones.

Una pregunta que puede abrir pistas para proponer la elaboración de croquis y recorridos a partir del plano de la escuela y sus alrededores como una buena alternativa de comunicación de información es la siguiente: *¿qué instrumentos vamos a elegir para contar a los visitantes las características de la feria, su organización en el espacio y el modo de recorrerla?*

Una vez discutida la pregunta y elegido el ámbito para realizar la feria, que podrá ser, por ejemplo, el salón de actos o el patio, se les podrían proponer dos tareas: dibujar un croquis de la distribución de los stands de la feria sobre el plano del salón de actos (realizado por alumnos de otro grado o proporcionado por los adultos que lo tengan); indicar, sobre un plano de la escuela, cómo llegar a la feria y cómo recorrerla.

Decimos que los alumnos realizan un croquis de la distribución de *stands* y no un plano, porque probablemente lo harán respetando solo algunas relaciones de tamaño, pero sin tener en cuenta la escala.

Un posible ejemplo de consigna sería:

> • *Para la Feria de Ciencias que organiza la escuela este año, los alumnos de 4° serán los encargados de organizar la distribución de 8 stands en el salón de actos y de orientar en el recorrido de la feria a todas las personas que nos visitarán en esa oportunidad. Para eso, contarán con un plano de la escuela y otro del salón de actos.*
> *Ahora ustedes trabajarán en grupos de 4 alumnos y luego cada grupo mostrará su trabajo en una puesta en común para definir, entre todos los trabajos, cuáles son los que se adecuan al pedido.*

Hacer varios croquis en grupos y contrastarlos[8], argumentando las decisiones que se tomaron para su realización, puede ser un contexto interesante para debatir puntos de vista acerca del modo de representar los objetos en ese espacio próximo representado y los recorridos en el espacio más amplio de la escuela. Será una buena ocasión para elegir las propuestas que se consideren más "convenientes", explicitando los criterios para decidir esa conveniencia.

Otro ejemplo de **trabajo con croquis** es el que forma parte de una experiencia denominada "De la meseta al valle", realizada en la escuela N° 194 de Aguada Guzmán, en la provincia de Río Negro. En el marco del VI Encuentro Pedagógico que organiza la escuela del paraje, se invitó a varias escuelas de la localidad de

[8] **Recomendación de lectura:** véase el apartado "La gestión de la clase", en "Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo", de este *Cuaderno*.

General Roca[9] a participar del evento con el objetivo de que los alumnos que habitan el valle de Río Negro conozcan ese espacio geográfico, algunos aspectos sociales de la comunidad del paraje, localizado en la parte sur de la meseta de El Cuy.

Los visitantes fueron divididos en grupos de aproximadamente diez alumnos cada uno, para hacer una "Búsqueda del tesoro" y regresar a la escuela anfitriona con evidencias de haberlo hallado. La tarea de cada grupo fue realizar algunas de las consignas siguientes: describir el proceso de elaboración de hilo de lana, describir el proceso de esquila de oveja, juntar tres objetos pertenecientes a la cultura mapuche, juntar tres objetos pertenecientes a la cultura del gaucho, encontrar tres plantas autóctonas que se consideran medicinales, describir tres formas de obtener el agua en el paraje, encontrar muestras de tres festividades distintas, encontrar muestras de tres clases de suelo de la zona, encontrar tres por qué no hay policía, encontrar tres por qué no hay juzgado y buscar tres características de la sala de primeros auxilios. Para avanzar en la realización de su tarea, los grupos necesitaron un croquis del paraje para diseñar el recorrido que realizarían con el fin de resolver las consignas.

Consideremos por separado los tipos de problemas ligados a los conocimientos espaciales que debieron resolver los alumnos de la escuela anfitriona (en Aguada de Guzmán) y los de la escuela visitante (del valle).

Los alumnos de Aguada Guzmán elaboraron un croquis de su lugar y para ello fue necesario que previamente discutieran sobre:

- la necesidad de contar con puntos de referencia para realizar una representación orientadora con el fin de diseñar un recorrido por el lugar;
- cómo marcar en el croquis los elementos de referencia elegidos y si había necesidad de incluir alguna señalización adicional en el espacio real por ser insuficientes los elementos existentes.

Las discusiones llevaron a incluir en el croquis, a modo de datos, elementos ya existentes que fueron elegidos como referencias: los ríos o arroyos, las rutas y las calles, los edificios públicos, como la capilla, las canchitas, la comisión de fomento, la escuela, y otras construcciones, como el molino, el generador y la antena de teléfono. Asimismo, se encontraron con la necesidad de incluir, tanto en el croquis como en el espacio real, carteles con los datos de los vecinos que se podían consultar para recabar información.

[9] Las escuelas participantes fueron: la N° 133 de General Roca; la N° 57, de la localidad de Cervantes; la escuela Niño Jesús, de la localidad de Villa Regina y la N° 83, de Naupa Huen.

Los alumnos del valle recorrieron un espacio desconocido para ellos y con características geográficas muy diferentes a las que frecuentan, ayudados por representaciones de dicho espacio, que habían sido elaboradas por los alumnos del paraje, así como también de un croquis con señalizaciones que operaban como ayuda, y de dibujos de la casas de los lugareños.

Para realizar las tareas tuvieron que interpretar el croquis con sus referencias, buscar información de boca de los lugareños involucrados en el juego y organizar su recorrido utilizando el croquis, por ejemplo, para localizar la sala de primeros auxilios.



Otra propuesta para indagar el espacio geográfico es trabajar a partir de imágenes satelitales que ofrecen fotos del espacio que habitamos. Para esto, se puede consultar el sitio Web llamado *Google Earth*[10], que permite visualizar imágenes satelitales de cualquier punto del planeta. Su uso puede enriquecer el tratamiento de la interpretación de planos de espacios conocidos por los alumnos, simplemente ingresando el nombre de la localidad que se desea explorar. Por ejemplo, las líneas que marcan las divisiones políticas o los paralelos y meridianos aparecen en algunos mapas y en las fotos satelitales no. Asimismo, las imágenes que se visualizan en dicho programa permiten a los alumnos identificar las referencias del espacio que a ellos les resultan conocidas y buscar nuevos lugares, orientándose a partir de las mismas.

Para avanzar en el conocimiento de las figuras y los cuerpos geométricos

En el Segundo Ciclo proponemos continuar con lo planteado en *Cuadernos para el aula: Matemática 1, 2 y 3* en relación con el estudio de las figuras y los cuerpos geométricos. Esto es, profundizar el objetivo de brindar la oportunidad a los alumnos de desarrollar prácticas espaciales efectivas, como el plegado, la medición o la superposición, cuando se plantean actividades de reproducción, descripción, representación y construcción de formas. El sentido de estas actividades es avanzar desde el reconocimiento perceptivo de las formas o desde el uso implícito de una propiedad hacia la explicitación de las propiedades de los elementos de las figuras y de los cuerpos.

Este trabajo permite a los niños aprender las primeras propiedades geométricas de las figuras y los cuerpos, pues estas comienzan a ser percibidas en el transcurso de las tareas y pueden dar lugar a una reflexión posterior para reconocerlas. Asimismo, da lugar a la incorporación progresiva de un vocabulario específicamente geométrico. Las propiedades pueden referirse tanto a los elementos que caracterizan las formas (por ejemplo, tener lados rectos o curvos, tener o no una cara con forma de círculo) como a las relaciones entre ellos (por ejemplo, tener por lo menos un par de lados congruentes, tener caras laterales perpendiculares a las bases, etc.).

En 4° año/grado, además de sistematizar algunas de las propiedades ya exploradas durante el Primer Ciclo, recomendamos ampliar el universo de figuras y cuerpos conocidos, por ejemplo, incluyendo diferentes clases de triángulos

[10] Se recomienda colocar el nombre *Google Earth* en un buscador y bajar el programa en forma gratuita desde alguna de las páginas que allí aparecerán.

y diferentes clases de prismas rectos. También se pueden explorar nuevas propiedades, como la igualdad de lados y la perpendicularidad o no de los mismos, asociada o no a los ángulos rectos.

En relación con las situaciones en las que el alumno debe trabajar con figuras, comparándolas, describiéndolas, copiándolas, clasificándolas o construyéndolas, se pueden proponer consignas que incluyan la composición y descomposición de figuras conocidas para obtener otras, la utilización de diferentes materiales[11], como papel de calcar, cartones, papeles blancos o cuadriculados, varillas articuladas, hoja punteada, planchas de clavos, aumentando las ocasiones en que se utilice como soporte la hoja blanca.

En la medida de lo posible, avanzaremos hacia la caracterización de una figura por sus propiedades (el rectángulo es un cuadrilátero con 4 ángulos rectos y dos pares de lados iguales), considerando lo que tienen en común los diferentes dibujos de la misma.

En cuanto al uso de instrumentos de geometría podemos proponer situaciones que incluyan, además de la regla, ya conocida de años anteriores, el compás, para transportar segmentos o comprobar la congruencia de segmentos, y la escuadra, para construir o comprobar la presencia de ángulos rectos.

En 4° año/grado también esperamos promover un cambio en la forma de justificación del trabajo. En este sentido, no solo aceptaremos argumentaciones empíricas similares a las realizadas en el Primer Ciclo (comprobaciones o verificaciones realizadas por superposición o por plegado, etc.), sino que promoveremos que los alumnos comiencen a utilizar argumentaciones que incluyan las propiedades que van conociendo. Por ejemplo, los chicos ya podrían asegurar que al cortar un cuadrado por su diagonal quedan dos triángulos isósceles, porque *como el cuadrado tiene todos los lados iguales, entonces cada triángulo tiene dos lados iguales.*

Los problemas geométricos que resuelvan los alumnos darán lugar a discutir sobre distintos procedimientos de construcción, reconocer los usos posibles de los instrumentos de geometría, comenzar a diferenciar y caracterizar figuras y cuerpos geométricos por sus propiedades, y avanzar desde argumentaciones empíricas hacia otras basadas en propiedades.

[11] **Recomendación de lectura:** véase el apartado “Las representaciones” en “Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo”, de este *Cuaderno.*

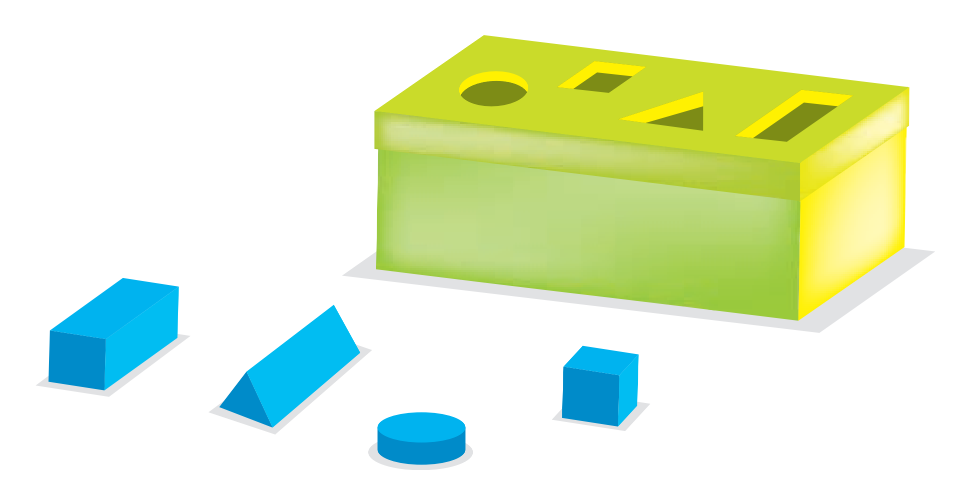
Plantear situaciones para comparar y describir figuras y cuerpos geométricos

En 4° año/grado las descripciones que los alumnos realicen al comparar figuras o cuerpos permitirán explicitar propiedades y, eventualmente, dar lugar a las primeras clasificaciones.

Cabe destacar aquí que no se trata de considerar la clasificación como puerta de entrada al conocimiento de los nombres y de los elementos de las figuras y los cuerpos. En cambio, esta es una oportunidad para establecer relaciones entre los diversos elementos de las figuras y de los cuerpos, y comenzar a reconocer varias figuras de una misma clase. Por ejemplo, si se presenta a los niños un conjunto de cuadrados, rombos y rectángulos podrán reconocer que todos son cuadriláteros que tienen todos o algunos lados iguales, o si se les presentan varios prismas, que todos son cuerpos cuyas caras laterales son rectángulos. Lo que interesa focalizar centralmente como contenido de enseñanza son las propiedades que caracterizan a cada una de las figuras y que las diferencian de otras.

Un tipo de actividades que da lugar a la comparación y a la descripción de figuras y cuerpos son aquellas en las que, dado un conjunto, hay que descubrir cuál es la figura o el cuerpo que alguien pensó. Se trata de ir haciendo preguntas que permitan ir descartando las figuras o los cuerpos que no son la o el pensado. Este tipo de actividades se vienen proponiendo desde 2° año/grado, pero en 4° se puede complejizar la tarea solicitando que los chicos descubran el cuerpo o la figura a partir del menor número de preguntas. Si se solicita que las preguntas que se hacen para adivinar se registren en forma escrita, es posible luego trabajar intensamente sobre ellas. De este modo, podremos discutir con los chicos qué preguntas resultan más efectivas para el descarte y cuáles son claras, según el modo de referirse a alguna de las características de las figuras o de cuerpos dados, y avanzar en el uso del vocabulario geométrico adecuado.

Otras actividades que podemos proponer para describir y/o comparar cuerpos son aquellas en las que los chicos deben establecer relaciones entre un conjunto de cuerpos y la forma de sus caras. Para esto, es necesario conseguir un conjunto de representaciones de cuerpos geométricos de madera o de acrílico que puede haber en la escuela. De lo contrario, conseguiremos cajitas de cartón con formas diferentes, por ejemplo las de remedios con forma de prisma, de base cuadrada o rectangular; las de tabletas con forma de cilindro, etcétera.



Se trata de proponer a los niños que fabriquen una "tapa con agujeros" para la caja grande, de modo que todas las cajitas puedan pasar y quedar dentro. Para esto, se colocan sobre el escritorio el conjunto de cajitas y una caja grande, como las de zapatos, se organiza la clase en grupos y se reparte a cada uno una hoja del mismo tamaño de la tapa de la caja grande. A continuación se puede dar una consigna como la siguiente, para que cada grupo trabaje solo:

> • Dibujen en la hoja las formas de los agujeros que tenemos que hacer en la tapa de la caja grande para que puedan pasar "justo" por ellos todas las cajitas. Decidan si cada cajita puede pasar por uno o más agujeros y expliquen por qué.

Al dibujar la forma de los agujeros, los chicos tendrán que anticipar lo que ocurriría si tuvieran que hacer pasar las cajitas por los agujeros, considerando las formas de las diferentes caras de los cuerpos y sus tamaños respectivos. Luego, en una puesta en común, se podrá discutir sobre las formas y los tamaños de los dibujos y las razones por las que los eligieron. Según la colección de cajitas o de cuerpos de la que se disponga, sería posible descubrir que, por ejemplo, un prisma de base cuadrada puede pasar por dos agujeros, uno de forma cuadrada y otro rectangular, pero un cubo sólo pasa por uno, y otro prisma rectangular podría pasar por tres orificios.

Con el mismo propósito de describir un cuerpo en función de las formas de sus caras, podemos proponer otra actividad con el mismo conjunto de cajitas de la actividad anterior. Se trata de asociar cada cuerpo con los dibujos del mismo, realizados desde diferentes puntos de vista.

Para esto, podemos colocar en el centro de cada grupo de 4 o 5 chicos una mesa con un cuerpo y dar una consigna como la siguiente: *Cada uno tiene que elegir la cara del cuerpo que tiene más cerca y dibujarla desde su lugar.* Luego,

mostraremos las distintas imágenes de un mismo cuerpo al grupo de la clase para que elijan el cuerpo dibujado en cada caso y expliciten desde qué lugar se dibujó cada uno de los dibujos.

Para describir y/o comparar figuras, podemos proponer juegos en los que los chicos necesiten reconocer figuras por la clase a la que pertenecen o por la explicitación de alguna de sus propiedades geométricas, dadas por las relaciones entre sus elementos[12]. Por ejemplo:

> “Figuras con propiedades”: identificar propiedades de las figuras.
> Materiales: cartas con distintas figuras (distintos triángulos y cuadriláteros) y tarjetas con distintas propiedades (por ej.: tiene cuatro lados iguales, tiene dos pares de lados iguales, tiene por lo menos dos ángulos rectos, etc.).
> Organización de la clase: se arman grupos de 4 alumnos cada uno.
> Desarrollo: por cada grupo se colocan dos pilas, una con las cartas con figuras y otra con tarjetas con propiedades en el centro de la mesa, boca abajo. Por turno, cada jugador levanta una carta y una tarjeta y determina si la figura cumple o no con la propiedad. En el primer caso, se lleva la carta de la figura y coloca la tarjeta con la propiedad al final de la pila de tarjetas. En el segundo caso, coloca ambas piezas al final de las pilas correspondientes.

A medida que se desarrollan las actividades de descripción y comparación, se pueden ir registrando en afiches o en carpetas las características necesarias y suficientes que han permitido reconocer y describir los cuerpos y las figuras sobre los que se ha trabajado.

Por ejemplo, si se ha trabajado con la construcción de “esqueletos” con varillas y bolitas de plastilina para los cuerpos:

Cuerpos redondos: no se pueden armar con varillas, no tienen caras planas.
Cuerpos poliedros: sí se pueden armar con varillas, tienen varias caras planas.
Prismas: tienen un par de caras paralelas e iguales.
Pirámides: tienen varias caras iguales que se juntan en una punta.
Conos: no se pueden armar con varillas, tienen una punta (cúspide) y un círculo.
Cilindro: tienen dos caras planas y otra curva.

Para proponer una actividad de **comparación de semejanzas y diferencias,** es importante seleccionar los cuerpos según las propiedades que deseemos trabajar. Por ejemplo, si apuntamos a la distinción de los poliedros y no

---

[12] **Recomendación de lectura:** véanse las propuestas de juegos de Chemello, G. (coord.), Hanfling, M. y Machiunas, V. (2001), *El juego como recurso para aprender. Juegos en Matemática EGB 2.* (Material para docentes y recortable para alumnos), Buenos Aires, Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología, págs. 31 y 33.

poliedros, y en cada caso nos proponemos distinguir los prismas de las pirámides; y los conos de los cilindros y de las esferas, entonces los cuerpos que incluiremos serán prismas rectos de diferentes bases, incluyendo un cubo, pirámides rectas de diferentes bases, un cono, un cilindro y una esfera.

Colocando en el centro del aula diferentes cuerpos, uno de cada clase, podemos proponer consignas para resolver por grupos, por ejemplo:

- Agrupen los cuerpos por su parecido y expliquen por qué los juntaron de esa manera.
- Si los agrupo de esta manera (el docente muestra determinada forma de agruparlos), ¿dónde ubicarían este cuerpo? (muestra un cuerpo que no estaba incluido en la colección anterior).
- ¿Qué tendrían en cuenta para formar, con todos los cuerpos, solo dos grupos de cuerpos?

Si los chicos han realizado actividades de construcción de cuerpos con varillas y plastilina, como las propuestas en *Cuadernos para el aula: Matemática 3,* es probable que propongan criterios basados en tener o no aristas y en cuántas aristas tienen; por ejemplo: *Pusimos juntos los que se pueden armar con varillas y los que no, o bien: Agrupamos los que se pueden armar con varillas por el número de varillas que se necesitarían,* etc. Si no han realizado este tipo de actividades, seguramente podrán utilizar criterios ligados a otros elementos, como la forma de las caras: *Algunas tienen partes planas y otras redondas, o bien: Algunos terminan en punta (el cono y las pirámides) y otros no.*

En cualquier caso, una vez formados los grupos de cuerpos, puede ser interesante organizar grupos de alumnos y darle a cada grupo dos o tres cuerpos, planteando como consigna *Para cada cuerpo, en qué grupo los incorporarían y por qué.*

Ambas actividades permiten organizar una puesta en común, donde los chicos expliciten las propiedades que dan lugar a los grupos formados, comparen los elementos incluidos en los grupos en cada caso, y discutan si un mismo cuerpo puede pertenecer a más de uno de los grupos ya formados.

Plantear situaciones para construir figuras y armar cuerpos con distintos procedimientos

A continuación, presentamos una secuencia de actividades para trabajar sobre la **construcción de cuerpos** y su reconocimiento a partir de sus patrones o desarrollos planos. Se trata, para este año, de los cuerpos geométricos denominados *prismas de bases rectangulares y triangulares.*

Secuencia sobre prismas y desarrollos planos: "Armando y desarmando cajas"

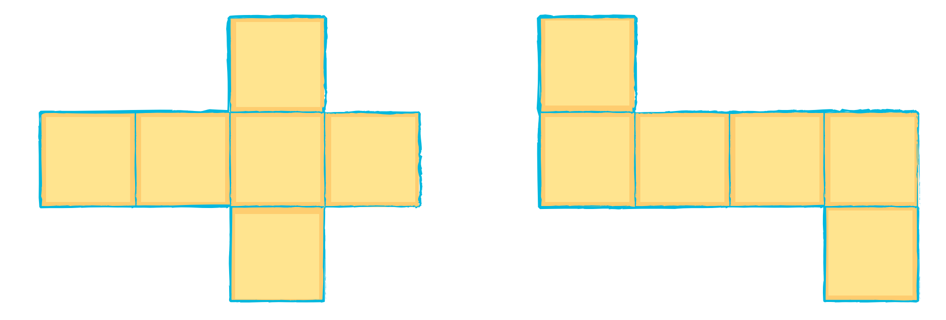
Esta secuencia de actividades es una continuación de la planteada en *Cuadernos para el aula: Matemática 3*, "Forrando cajas". Es necesario aclarar que si en 3[er] año/grado no se ha realizado un trabajo equivalente al allí planteado, es conveniente hacerlo antes de realizar la secuencia aquí propuesta.

Actividad 1

Organización del grupo: se divide la clase en cuatro o cinco grupos.
Materiales: a cada grupo se le entrega cartulina, cinta adhesiva, tijera. Sobre el escritorio se coloca un cubo de 6 cm de arista y un prisma de base cuadrada de 6 x 6 x 9 cm, construidos ambos con cartulina.
Desarrollo: el docente plantea a los chicos que *tienen que construir los mismos cuerpos en cartulina, pero tratando de tener que pegar lo menos posible y de usar poca cinta adhesiva, porque deforma el cuerpo.*

Es muy probable que los chicos recorten las cuatro caras unidas y las dos bases por separado. En este caso, intervendremos en los grupos para ayudarlos a pensar una forma que exija utilizar menos cinta adhesiva, hasta que surjan los desarrollos planos.

Una vez que los grupos han logrado construir los cuerpos, realizamos una puesta en común para la que cada grupo desarma el cuerpo construido, mostrando su desarrollo plano. Estos, así desarmados, se pegan sobre afiches bajo el título "Desarrollos planos del cubo" y "Desarrollos planos de un prisma de base cuadrada", respectivamente. En el intercambio, se discute sobre las semejanzas y las diferencias de los patrones obtenidos. Por ejemplo, los niños podrán explicitar: *Estos dos están formados por 6 cuadrados iguales, 4 forman una tira y los otros están unidos de forma distinta.*

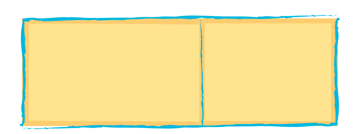


Esta actividad permite volver a poner en juego el reconocimiento del número y la forma de las caras de algunos prismas, así como comenzar a construir la noción de desarrollo plano de prismas de base rectangular.

Actividad 2[13]

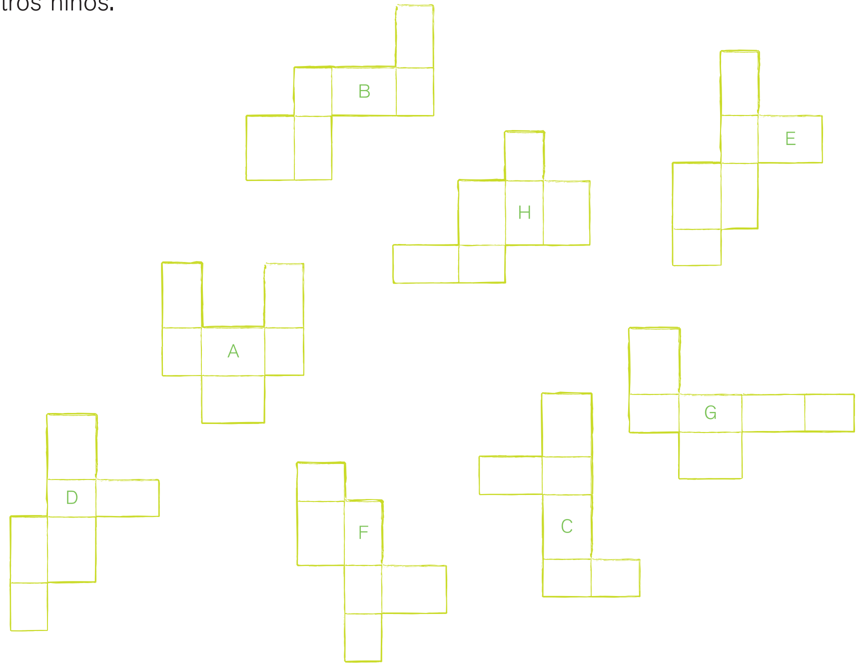
Se organiza la clase en parejas y se les plantea el siguiente problema:

• Para armar una caja de tapas rectangulares, se quiere hacer un ensamblado plegando y pegando. Las medidas de sus aristas deben ser: 3,5 cm, 6 cm y 4,5 cm. Para hacerlo, ya se ensamblaron dos caras laterales así:



• Propongan una forma de completar el desarrollo plano con las caras que faltan y dibujen la tapa de la caja.

A continuación, se indican los desarrollos que pueden aparecer. Los que surjan espontáneamente del grupo, se recortan y se pegan en la pizarra, y aquellos que no surjan de los alumnos los agregaremos, aclarando que fueron realizados por otros niños.



[13] Basada en actividades propuestas en Colomb, J. y Perrot, G. (1984), *Math HEBDO CM1*, París, Classiques Hachette.

Se propone, entonces, el debate sobre cuáles son los desarrollos planos que permiten armar una caja. Para resolver esta actividad, los chicos hacen anticipaciones acerca de la forma de ensamble de las caras de un prisma y solo estará permitido armar efectivamente la caja en aquellos casos en que el grupo no se convence mediante argumentos.

Actividad 3

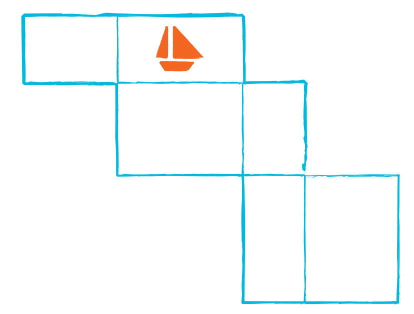
Materiales: doce cubos de 4 x 4 x 4 cm. Seis de cartulina blanca y seis con dos caras azules, dos rojas y dos blancas. Los colores se combinan de diferentes formas, de tal modo que los 6 cubos sean distintos. Por ejemplo, uno de los cubos tiene las dos caras azules opuestas, las amarillas opuestas y las blancas opuestas; en cambio, otro no tiene ningún par de caras opuestas del mismo color.

Organización de la clase: se divide la clase en un número par de grupos. A su vez, cada grupo se vuelve a subdividir en dos subgrupos entre los cuales se va a plantear una situación de comunicación. Es conveniente que cada subgrupo tenga entre 2 y 3 participantes. A cada subgrupo se le entrega un cubo blanco y otro con caras coloreadas, que el subgrupo pareja no debe ver. La consigna podría ser: *Cada subgrupo debe enviar un desarrollo del cubo que permita al subgrupo pareja pintar el cubo blanco igual al cubo de colores que ustedes tienen. Cuando cada subgrupo envió el dibujo y pintó su cubo a partir del dibujo recibido, pueden reunirse y verificar si el cubo que han pintado es el mismo que el de su pareja.*

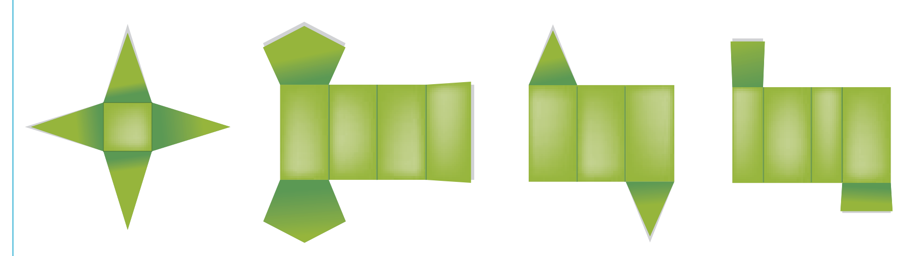
La realización de esta actividad permite plantear anticipaciones y discutir fundamentalmente sobre la organización de las caras de un cubo. Por ser un cubo, no es posible apoyarse en la forma de las caras para informar sobre la organización, lo que obliga a controlar cómo se unirán las caras al conformar el cubo.

Las actividades siguientes, si bien no forman parte de la secuencia, se pueden presentar una vez realizada la misma, para que los chicos resuelvan individualmente, poniendo en juego los conocimientos adquiridos a partir de lo que trabajaron en la secuencia.

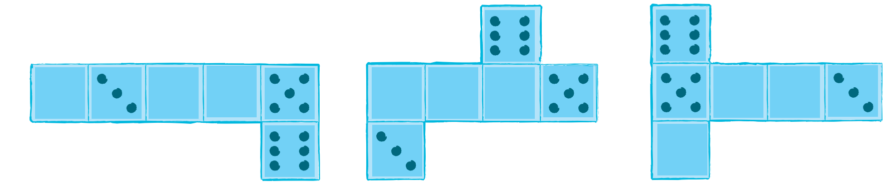
- Natalia hace una caja decorada con dibujos iguales en las caras laterales. La tapa y la base las deja en blanco. Para armar la caja, realiza el desarrollo plano, como se muestra a continuación. Completá el decorado.



• Sabiendo que con algunos de estos dibujos no se pueden armar cuerpos, respondé.
a) ¿Con cuáles no se puede y por qué?
b) ¿Qué cuerpos de los que hay en la caja de materiales se pueden armar con los que sí son desarrollos planos?



• ¿Con cuáles de estos desarrollos planos podrías armar un dado? En los que sea posible, marcá cómo quedarían distribuidos los puntos que corresponden a cada cara teniendo en cuenta que las caras opuestas suman 7.



Con respecto a la **construcción de figuras,** podemos continuar proponiendo situaciones donde se dan diferentes informaciones sobre la figura que se quiere construir.

Por ejemplo, es posible proponer, como en 3er año/grado, la reproducción de una figura dada, pero en este grado incluiremos figuras más complejas, cambiando el tipo de papel y agregando el uso de instrumentos de geometría no utilizados en el año/grado anterior. La idea es que estos cambios permitan avanzar en la identificación de nuevas propiedades y en los procedimientos de construcción.

En 4° año/grado proponemos que las actividades de reproducción incluyan circunferencias, cuadriláteros y triángulos. Al dar la consigna, solo ofreceremos el dibujo que se tiene que reproducir, sin agregar información extra y, después de que los chicos hicieron la copia o reproducción de la figura, promoveremos la discusión acerca de qué información tuvieron en cuenta para hacerlo.

Tanto para el caso de completar guardas, en las que debe copiar varias veces el mismo modelo, como en el caso de copiarlo una única vez, podemos proponer la actividad elegida en función de la necesidad de dibujar, por ejemplo, guardas, distintivos, logos o carteles.

La necesidad de dibujar guardas puede surgir de la intervención en un proyecto de toda la escuela, como una competencia deportiva, una Feria de Ciencias u otras actividades.
Asimismo, se podrán explorar los motivos de las guardas elaboradas por distintos pueblos indígenas en mantas y vasijas, analizando las figuras que intervienen, articulando el trabajo matemático con el de Educación Artística.

Por ejemplo:

- Continuá cada una de las siguientes guardas hasta completarlas.

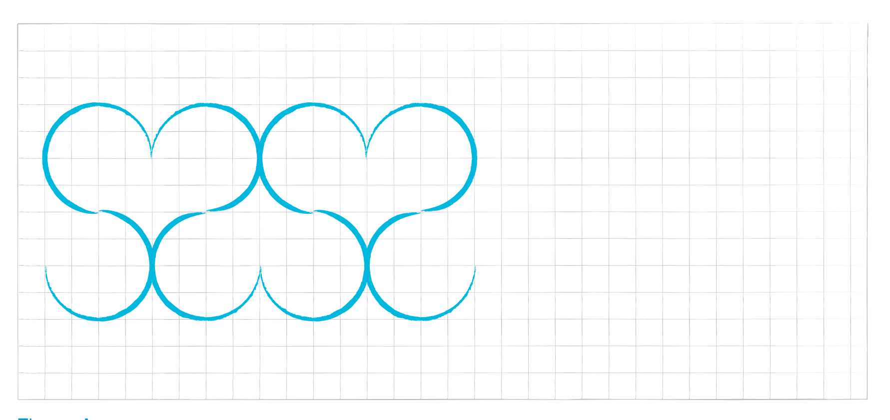


Figura A

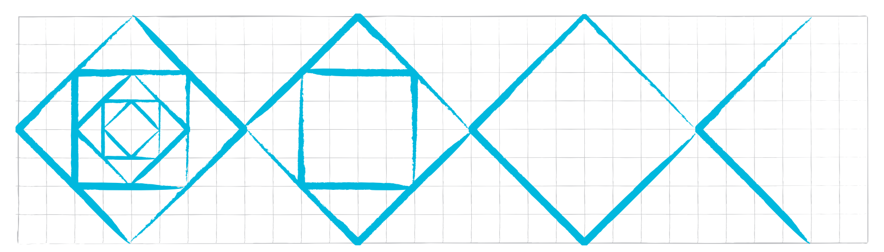


Figura B

La reflexión sobre el completamiento de la guarda de la figura A permite discutir sobre la igualdad de las circunferencias por su radio y las posiciones de las mismas por sus centros. En tanto que la guarda de la figura B propicia la discusión sobre la caracterización de los cuadriláteros por los ángulos rectos, la igual-

dad de los lados, la construcción de ciertas figuras a partir de la determinación de los puntos medios y la construcción de ángulos rectos, y de la mitad de un recto sobre una hoja cuadriculada.

La siguiente es otra actividad de copia que puede resultar interesante, pues los chicos podrán reconocer que, en ciertas figuras, es posible trazar líneas adicionales para facilitar la construcción, descomponiéndola en otras para las que ya se conoce algún procedimiento.

De este modo, se estará agregando información a la proporcionada inicialmente, pero sin que esto cambie la figura que resulta.

• Copiá los siguientes dibujos en una hoja lisa, utilizando compás, una regla sin números y la “escuadra casera”. ¿Cuál te resultó más sencilla? ¿Por qué?

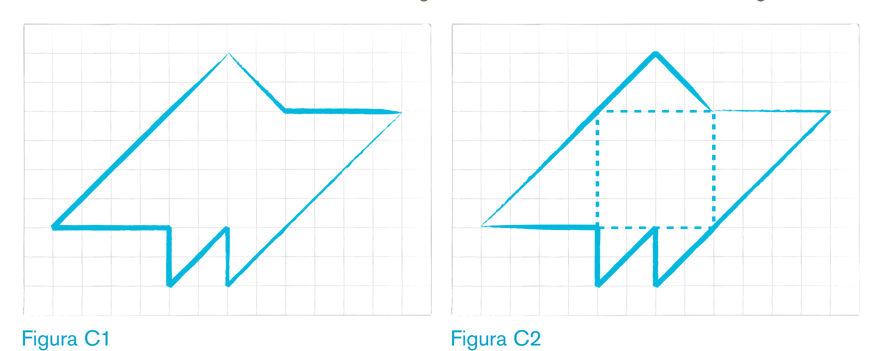


Figura C1 Figura C2

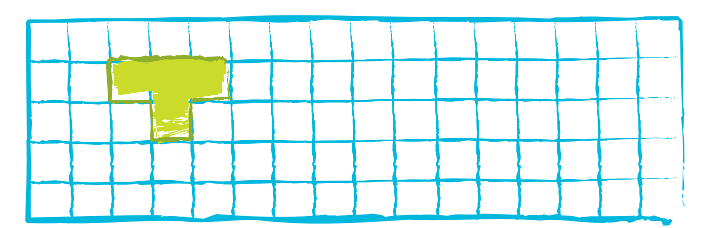
Estas reproducciones permiten discutir acerca de cómo transportar segmentos con compás y cómo transportar ciertos ángulos con la “escuadra casera”, en particular si la abertura es de 45° (1/2 recto). La escuadra casera, tal como se explicó en el *Cuaderno para el aula 3*, se obtiene haciendo dos dobleces en un papel: doblando primero de cualquier modo para marcar una línea y luego haciendo coincidir los bordes determinados por la línea. También se podrá discutir sobre las propiedades de las figuras que componen cada modelo, los ángulos rectos o no y la igualdad o desigualdad de los lados. Al finalizar la copia de ambas figuras se podrá discutir también sobre por qué la segunda resultó más fácil que la primera concluyendo que, en algunos casos, puede ser conveniente trazar ciertas líneas adicionales que facilitan la copia.

Otras actividades que permiten construir figuras son aquellas en las que la información se da en un texto escrito. En el ejemplo siguiente, se da la condición que debe cumplir la figura a construir en relación con otra.

• En el geoplano o plancha de clavos.
a) Armá un triángulo que con solo un movimiento de la gomita se forme un cuadrado.
¿Cómo es ese triángulo?
b) Carlitos dice que él lo hizo con un triángulo, pero no le salió. ¿Qué le pudo haber pasado?

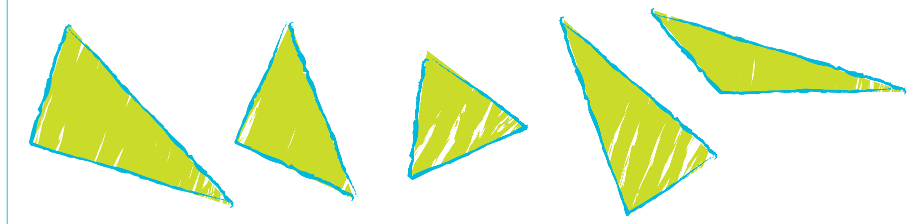
• En la hoja punteada:
a) Juan dibujó un triángulo con vértices A, B, y C en una hoja de manera que al agregar un cuarto punto D, pudo unir los cuatro puntos y formó un cuadrado. ¿Cómo puso los puntos?
b) ¿Es posible hacerlo con cualquier triángulo? ¿Por qué?

También es posible proponer actividades de construcción de figuras en las que hay que partir de otras figuras. Por ejemplo, armar cuadrados a partir de un patrón con ángulos rectos o a partir de triángulos:



• Usando varias figuras como la dibujada:
a) ¿Es posible armar un cuadrado de 4 x 4 cuadraditos?
b) ¿Y un cuadrado de 6 x 6 cuadraditos?

• Con triángulos como los siguientes:



a) Marcá con una cruz los triángulos con los que podés armar cuadrados y explicá por qué los marcaste.
b) Verificá tu respuesta calcando y recortando la cantidad de triángulos que necesites para armar los cuadrados.

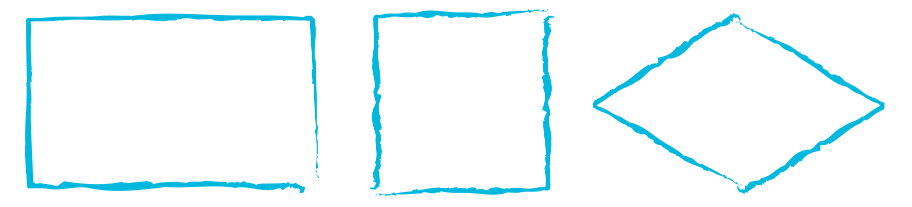
Al resolver estas propuestas, los chicos tendrán que "usar" las propiedades de las figuras utilizadas. En la puesta común o al justificar las respuestas, es probable que dichas propiedades sean explicitadas, por ejemplo: *Necesito juntar dos triángulos isósceles para obtener los cuatro lados iguales del cuadrado, o bien: Los triángulos tienen que tener un ángulo recto.*

Secuencia sobre propiedades de triángulos y cuadriláteros:
"Armando y desarmando figuras"

Otra posibilidad es que propongamos la obtención de triángulos a partir de diferentes cuadriláteros y nuevos cuadriláteros a partir de triángulos. Para ello, podemos plantear una secuencia de actividades como la siguiente.

Actividad 1

Se entrega a cada grupo de alumnos una hoja en la que se ha dibujado un rectángulo de 6 cm por 10 cm, un cuadrado de 6 cm por 6 cm y un rombo con diagonales de 10 y 6 cm.



Luego, presentaremos una consigna como la siguiente:
Propongan formas de recortar cada cuadrilátero en dos triángulos iguales.

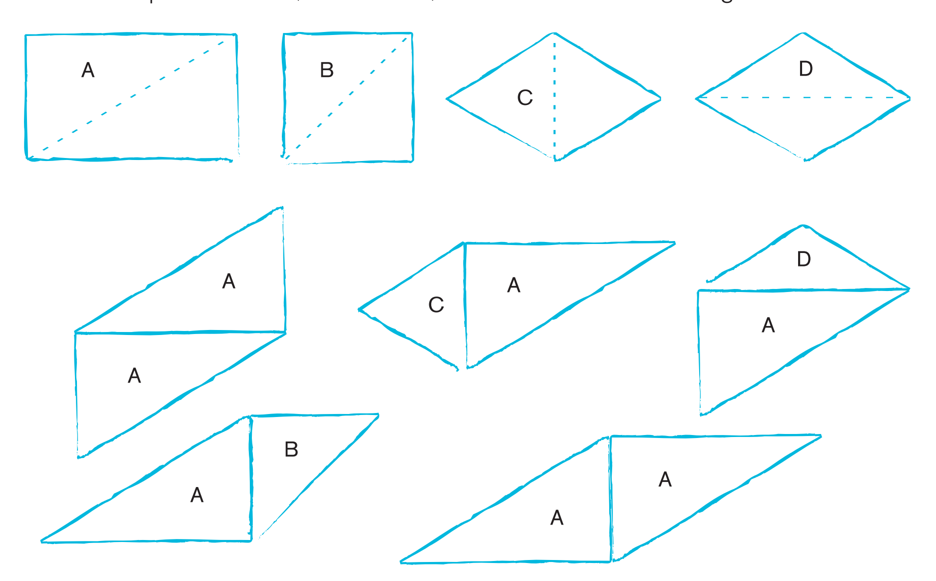
Una vez realizada esta tarea, tendremos que discutir con toda la clase cómo justificar las propuestas y aceptarlas como válidas, es decir, comprobar que en los dos primeros casos hay una única posibilidad: al cortar el rectángulo o el cuadrado por cualquiera de sus dos diagonales, se obtienen triángulos iguales, y que con el rombo se pueden obtener dos tipos de triángulos: al cortar el rombo por una diagonal, se obtienen triángulos distintos a los que quedan formados si se cortan por la otra diagonal.

Actividad 2

Se propone copiar varias veces los cuadriláteros y recortar en cada caso, como se ha propuesto en la actividad anterior, con el fin de preparar el material para resolver la siguiente consigna:

- *Con los triángulos obtenidos de la actividad anterior armá diferentes cuadriláteros, uniendo dos de ellos.*

Los chicos podrán armar, entre otros, cuadriláteros como los siguientes:



En este caso, la justificación que hagan los chicos del tipo de cuadriláteros que se obtienen podrá relacionarse con la congruencia o no de lados, la presencia de ángulos rectos, etcétera.

Actividad 3

Podemos plantear que agrupen las distintas figuras obtenidas, teniendo en cuenta algunas características comunes de sus elementos (lados iguales, un ángulo recto, etc.) y que mencionen las relaciones que se puedan establecer entre sus elementos (solo un par de lados paralelos, lados consecutivos iguales, etcétera).

En esta actividad, al discutir las agrupaciones producidas por los chicos, es posible avanzar sobre la diferenciación entre dibujo y figura. En efecto, si bien la tarea de agrupar se plantea sobre dibujos particulares de los cuadriláteros obtenidos por ellos, en la puesta en común se podría preguntar si se pueden hacer otros dibujos de las mismas clases, pero distintos de los que ya se tienen. Es decir, que conserven las propiedades, pero que no puedan superponerse con los anteriores, por ejemplo rectángulos con otras medidas de sus lados.

Los conocimientos trabajados en las tres actividades anteriores podrán ser utilizados por los chicos nuevamente para, esta vez, elaborar un mensaje, como se propone en esta actividad.

Actividad 4

Los chicos deberán seleccionar cuál es la información “necesaria” (que no puede faltar) para dar la descripción de una figura y, por lo tanto, cuál o cuáles son las propiedades que la caracterizan. La consigna podría ser: *Elegí uno de los cuadriláteros o triángulos que armaste y elaborá un mensaje que permita que otro compañero arme la misma figura.*

El trabajo planteado en la secuencia anterior de anticipar y realizar la descomposición y composición de los cuadriláteros en triángulos, relacionando las clases de triángulos con las clases de cuadriláteros, permite reconocer las propiedades de ángulos y lados que identifican a las diferentes clases de cuadriláteros. Además, prepara el camino para que, más adelante, reconozcan los cuadriláteros también por sus diagonales. Dividir convenientemente una figura en triángulos permitirá, a futuro, resolver muchísimos problemas geométricos, por ejemplo justificar propiedades de una figura utilizando las propiedades de los triángulos.

También es interesante que planteemos actividades donde se da información que permite construir varias figuras, indagando luego sobre la información que es necesario agregar para que la construcción dé lugar a una única figura. Por ejemplo, podemos proponer la construcción de triángulos y cuadriláteros con varillas, dando información sobre sus lados.

Para ello, es posible trabajar con sorbetes y pequeñas bolitas de plastilina o con varillas de cartulina agujereadas en las puntas, de tal forma que permitan articularse con ganchitos mariposa. Las varillas pueden ser de 10 cm, 15 cm, 5 cm y 20 cm, y se arman varias de cada una de las longitudes. Cada grupo de alumnos tiene un juego de varillas como el descrito y se proponen diferentes consignas, por ejemplo:

• Construyan cuadriláteros con cuatro varillas iguales.
a) ¿Qué cuadriláteros obtienen? ¿Por qué?
b) Si arman un cuadrilátero con cuatro varillas iguales, ¿qué tendrían que hacer para asegurar que sea un cuadrado?
c) ¿Qué varillas elegirían para armar un rectángulo?
d) ¿Es suficiente elegir las varillas para que la construcción que se obtiene sea un rectángulo? ¿Por qué?

• Armen distintos triángulos isósceles.
a) ¿Qué tienen de diferente entre sí?
b) ¿Es cierto que siempre con tres varillas se puede armar un triángulo? ¿Por qué?

La discusión sobre las respuestas dadas a las preguntas b), c) y d) permite hacer hincapié sobre las propiedades que son comunes a dos tipos de cuadriláteros (rombo y cuadrado en un caso, rectángulo y paralelogramo propiamente dicho, en el otro) y las que los diferencian. En cuanto a las preguntas de la consigna sobre las propiedades de los triángulos, además de focalizar los diferentes tipos de triángulos isósceles, comienzan a plantear el estudio de la posibilidad de construcción de un triángulo a partir de tres segmentos.

En el desarrollo de las actividades de construcción propuestas sugerimos[14]:

- propiciar la anticipación de las acciones, justificar el resultado de las acciones por argumentos y luego verificar con la acción efectiva, o sea construyendo;
- luego de describir, cuando sea pertinente, los pasos seguidos para construir o armar la figura, identificar los procedimiento más seguros, los más económicos, es decir, aquellos que se realizan con menos pasos;
- solicitar que justifiquen por qué pueden asegurar que han obtenido tal o cual figura;
- realizar las descripciones obtenidas en forma oral y/o escrita, remarcando el uso del vocabulario geométrico adecuado y, en el caso del registro escrito, la necesidad de nombrar a las figuras por sus vértices.

Presentamos ahora otras actividades del mismo tipo que la actividad 4 de la secuencia anterior, en las que, como hemos planteado, se pone en juego cuáles son los datos necesarios para construir una figura cuando se trata de interpretar y producir instrucciones. Por ejemplo:

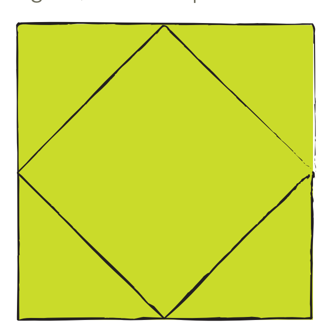
• Seguí las instrucciones utilizando compás, escuadra y regla:
1) Trazá un cuadrado ABCD de 3 cm de lado.
2) Trazá una circunferencia de 3 cm de lado con centro en A.
3) Repetí el paso 2 con centro en B, en C y en D.
4) Marcá los puntos de intersección de las circunferencias que son exteriores al cuadrado.
5) Uní esos puntos.

En este caso, la tarea consiste en interpretar cada uno de los pasos de la construcción y ejecutarlos. También será interesante discutir con los chicos si es posible o no asegurar qué tipo de figura se obtiene al unir los puntos.

[14] **Recomendación de lectura:** véase el apartado “La gestión de la clase”, en “Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo” de este *Cuaderno.*

Otro ejemplo es el siguiente:

• Escribí las instrucciones para que un compañero logre realizar la siguiente figura, formada por dos cuadrados.



Esta actividad puede dar lugar a diferentes procedimientos de construcción, según cuáles sean las propiedades que se consideren y los instrumentos que se utilicen. Por ejemplo, se podría comenzar construyendo el cuadrado grande con regla graduada y escuadra, considerando que sus lados son congruentes y sus ángulos rectos. Para obtener los vértices del cuadrado chico hay que marcar los puntos medios de los lados del cuadrado grande, midiendo con la regla graduada, o tomando con el compás una medida igual a la mitad, y marcar arcos sobre los lados con centro en cada vértice. Por otra parte, a fin de mejorar la claridad y la precisión del mensaje, se podrá discutir sobre la conveniencia de nombrar con letras los vértices de los cuadrados.

La medición de los lados de las figuras, así como la de la amplitud de los ángulos en las construcciones, tiene el sentido de obtener dibujos de figuras que puedan superponerse, pero básicamente la idea es que los dibujos representen las propiedades geométricas que se piensan. Si el propósito es hacer hincapié en la precisión de las mediciones, se podría plantear un mayor ajuste entre la figura a construir y la efectivamente construida.

Plantear situaciones para sistematizar propiedades de las figuras y los cuerpos

A partir de las actividades anteriores es posible registrar, en carpetas y afiches, las descripciones, las justificaciones, las conclusiones, etc. relacionadas con las propiedades de las figuras y los cuerpos que estamos estudiando. Estas propiedades

pudieron funcionar como definiciones implícitas o tal vez han sido presentadas informalmente en las diferentes conclusiones y cierres realizados en el Primer Ciclo, pero a partir de 4º año/grado es necesario comenzar a formalizarlas y sistematizarlas. Si bien este trabajo es el que se viene haciendo cuando se realizan los registros correspondientes, hay situaciones de enseñanza que hacen hincapié en este aspecto.

Las actividades que presentamos a continuación tienen en común que aluden al uso explícito de las propiedades que definen los cuerpos y las figuras que estamos estudiando. En algunos casos, estas propiedades se utilizarán para justificar la verdad o falsedad de ciertas afirmaciones.[15] En otros casos, las propiedades se emplean para identificar y definir una figura o un cuerpo determinado. Los registros de las conclusiones realizados en las actividades anteriores podrían usarse tanto para resolver las actividades como para, una vez finalizada cada actividad, comparar las respuestas.

Para la realización de la primera consigna de la siguiente actividad, podemos presentar, sobre el escritorio, por ejemplo una pirámide de base cuadrada, otra de base triangular, un cilindro y dos prismas de base diferente.

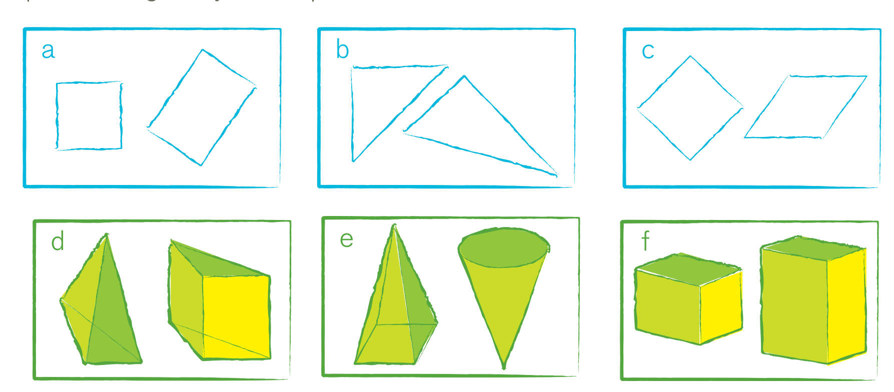
• Elegí un cuerpo de los que están colocados sobre el escritorio.
a) escribí cuáles de los siguientes datos corresponden al cuerpo geométrico que elegiste. Agregá otros datos que correspondan.
- Tiene cuatro caras.
- Algunas caras son triángulos.
- Tiene cinco vértices.
- Tiene cinco aristas.
- Una cara es un círculo.
b) Entregá tu escrito a un compañero y comprobá si a partir de esos datos él selecciona el mismo cuerpo.

• Discutí con un compañero si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
- Los cuadrados tienen cuatro ángulos rectos.
- Con cuatro varillas iguales puedo construir un cuadrado.
- Con tres varillas puede pasar que no pueda armar un triángulo.
- Con tres varillas distintas puedo armar un rectángulo.
- Hay cuerpos que no tienen aristas.
- Un prisma puede tener cuatro caras que son triángulos.

[15] **Recomendación de lectura:** véase el apartado “Las situaciones de enseñanza”, en “Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo” de este *Cuaderno.*

• Contestá por escrito a las siguientes preguntas.
a) ¿Hay cuerpos que tienen todas sus caras triangulares? ¿Cuáles?
b) ¿Hay cuerpos que tienen todas sus caras cuadradas ¿Cuáles?
c) ¿Qué cuerpo tiene cuatro vértices? ¿Y cinco? ¿Y seis?

• Escribí qué tienen en común y qué tienen de diferente los siguientes pares de figuras y/o cuerpos.



Para resolver las propuestas presentadas en los apartados anteriores, “Plantear situaciones para comparar y describir figuras y cuerpos geométricos” y “Plantear situaciones para construir figuras y armar cuerpos con distintos procedimientos”, los alumnos tienen que reconocer y usar las propiedades de las figuras y de los cuerpos. Por eso, es muy importante que alternemos este trabajo con propuestas en las que el propósito sea sistematizar algunas de las propiedades utilizadas.

Estas actividades pueden requerir de los alumnos que seleccionen datos, juzguen la veracidad de afirmaciones, respondan a preguntas o bien determinen semejanzas y diferencias. En la puesta común de las producciones, los chicos podrían argumentar sobre la validez de las mismas, y esto dará lugar a que necesiten usar un vocabulario específico para facilitar la comunicación.

Para medir y calcular medidas

El estudio de las magnitudes y de su medición ha constituido y constituye una parte imprescindible del programa de los primeros años de la escolaridad, fundamentalmente por la necesidad y el reconocimiento que tiene la práctica de la medida como conocimiento de base para el desenvolvimiento social de los sujetos.

Generalmente, el aprendizaje de estos conceptos se identifica con el dominio y conocimiento de los distintos sistemas de unidades que componen el Sistema Métrico Decimal y los propósitos de su enseñanza se consideran alcanzados

cuando los alumnos pueden efectuar pasajes de una unidad a otra con rapidez y seguridad. Sin embargo, a pesar del tiempo y de la dedicación que habitualmente se invierten en estas tareas, es bastante frecuente encontrar niños con escolaridad avanzada, y también muchos adultos, con importantes dificultades en relación con estas nociones y, aun más, con poco o ningún sentido de la estimación en relación con las mismas.

Medir es un acto complejo y difícil que responde a la necesidad de cuantificar ciertos atributos de los objetos y de las formas. Muchos de los problemas vinculados con la medición contribuyen a dar sentido a los números racionales y funcionan como articuladores entre la aritmética y la geometría.

Pero también existe una problemática específica que la escuela debe tratar, puesto que *"Comprender la medida implica comprender el proceso de medir, la inexactitud de los resultados, el concepto de error de medición y a qué puede ser atribuible, y la importancia en la selección de la unidad y del instrumento adecuado para lograr la precisión requerida por la situación planteada."*[16]

En el Segundo Ciclo, la idea es seguir enfrentando a los niños con problemas reales de medición para ayudarlos a construir una representación interna del significado de cada una de las magnitudes que se estudian y elaborar una apreciación de los diferentes órdenes de cada magnitud (por ejemplo, *¿Cuánto es 1 m, 1 kg, 1 l, etc.?).*

Estos problemas nos dan la oportunidad para debatir en el aula sobre el uso de los sentidos para determinar medidas o compararlas; el carácter de la unidad de medida y la importancia de su determinación, ya que medir es comparar con una unidad, por lo tanto el resultado de la medición depende de la unidad elegida; los errores cometidos en la medición debido a los procedimientos empleados o a la elección de la unidad; la imposibilidad de realizar mediciones exactas, pero la posibilidad de avanzar en la precisión de la medida; el funcionamiento del instrumento de medición y su adecuación al objeto a medir; los errores de apreciación de las cantidades; el rol de la aproximación y el encuadramiento según el tipo de medida y el uso que de ella se haga; los cambios de unidades y la relación que existe entre las transformaciones de la unidad y las medidas correspondientes. Cabe recordar que si la unidad usada es la mitad que la usada anteriormente, la medida será el doble; y si el mismo objeto mide, con una cierta unidad, una cantidad determinada y con otra unidad la tercera parte, es porque esta segunda unidad es tres veces mayor que la primera.

[16] Bressan, A. (coordinadora) (1995), *Contenidos Básicos Comunes para la Educación General Básica,* Buenos Aires, Ministerio de Cultura y Educación de la Nación.

Estos problemas también brindan la posibilidad de efectuar cálculos simples de medidas y expresar el resultado de una medición de un cálculo o de una estimación de manera apropiada, es decir habrá que emplear unidades adecuadas y, según el caso, utilizar una expresión compuesta, una escritura racional o un encuadramiento.

En las siguientes propuestas, se desarrollarán ejemplos para el tratamiento de las medidas de peso, capacidad, longitud y tiempo.[17]

Plantear situaciones para estimar, medir y expresar cantidades

Las situaciones de estimación, muchas veces, permiten resolver un problema de medida cuando solo involucra comparaciones cualitativas o cuando no se requiere de demasiada precisión. En muchas oportunidades, no se necesita conocer de manera precisa la medida de un objeto, basta con dar encuadres (está entre tanto y tanto) o aproximaciones (alrededor de). Pero esta tarea requiere, para su desarrollo, prácticas de estimación en las que el error cometido vaya disminuyendo a la vez que se conforma un repertorio de distintos referentes.

Otras situaciones sólo exigen poner en funcionamiento procedimientos de comparación directa entre objetos para ordenarlos según una magnitud. Por ejemplo, si los chicos no se dan cuenta, con la mirada, cuál de dos recipientes tiene mayor capacidad, pueden responder el interrogante con solo verter el contenido de uno en el otro y analizar si sobra o falta. Pero si deben responder cuánto, más o menos, contiene uno en relación con el otro, el acto de medir se vuelve necesario. Si sopesando no pueden darse cuenta de cuál de dos objetos es el más pesado, la balanza de platillos puede resolver el problema..., pero no podrán responder: *¿qué diferencia de peso guardan?* Esto exigiría incorporar y usar pesas, es decir, cuantificar el peso de los objetos.
También hay oportunidades en las que no es posible realizar comparaciones directas a causa de la lejanía de los objetos. En este caso, se impone el uso de objetos que actúen como intermediarios o el uso de unidades e instrumentos de medición.

Las situaciones que se describen a continuación buscan promover el análisis sobre la elección de la unidad, el carácter arbitrario o no de la misma, su adecuación al objeto que se desea medir y el grado de precisión con que se realiza la medición. También permiten establecer relaciones entre las unidades utilizadas y las medidas obtenidas.

[17] **Recomendación de lectura:** para consultar actividades sobre enseñanza de la medida ver Ponce, H. (2000) Cap. 1 y 2 en *Enseñar y aprender Matemática. Propuestas para el Segundo Ciclo,* Buenos Aires, Novedades Educativas.

Dentro del repertorio de actividades de medición efectiva que se realizan en las aulas no es frecuente que se incluyan situaciones que involucren la comparación de pesos, ya que no siempre se cuenta con una balanza. Tradicionalmente, en la escuela primaria se realizan algunas comparaciones cualitativas y mediciones con unidades no convencionales para la longitud. En tanto que el estudio de la capacidad y el peso se abordan, muchas veces, desde propuestas que no ponen en juego las mediciones efectivas. Sin embargo, y a pesar de alguna complejidad en la gestión de la clase, es interesante incluir algunas experiencias al respecto, puesto que haber realizado anticipaciones y comprobaciones efectivas para la longitud no es suficiente para extender lo aprendido a otras magnitudes.

Por otra parte, muchas veces se inicia el trabajo con el uso de unidades no convencionales, intentando recuperar de algún modo el proceso histórico, pero se descuida que los niños ya conocen y usan las unidades convencionales. En este sentido, y si bien es importante diferenciar los distintos tipos de unidades, es importante que presentemos situaciones donde se requiera realizar mediciones, evaluar con qué instrumentos se cuenta y cuál es el tipo de información que puede obtenerse.

Por ejemplo, en algunos textos escolares se propone, para el caso de la longitud, *medir el largo del banco o de un libro, usando gomas o lápices* con el propósito de descubrir que las medidas obtenidas son distintas y la convención resulta necesaria. En este caso, cabría preguntarnos, ¿cuál es la verosimilitud de esa situación? ¿Quién necesita ese dato? ¿Para qué?

Si, en cambio, se trata de determinar si en el patio o el terreno de la escuela es posible delimitar una cancha para realizar un deporte, cabría la necesidad de realizar algunas mediciones para analizar si se pueden respetar las medidas que figuran en los reglamentos.

En este caso, una vez que los alumnos se encuentren frente al problema de medir, es posible que recurran espontáneamente al uso de una cinta métrica, que tal vez conozcan por el uso social. Si esto es así, convendría realizar las mediciones avanzando sobre las dificultades que se produzcan con el uso del instrumento y luego se podría discutir cómo se hubiera podido resolver el problema si no hubieran tenido ese instrumento, aportando incluso alguna información histórica acerca de unidades, como el codo, el pie, la legua, la vara, etcétera.

Otra posibilidad es que no se cuente con los instrumentos necesarios o se desconozca su uso, y entonces el conjunto de la clase, con nuestra ayuda, decidirá cómo resolver el problema.

Según las experiencias cotidianas de los niños, y de las prácticas habituales en sus comunidades, será importante recuperar los contextos[18] en los que se usan balanzas o recipientes para medir capacidades. Visitar una verdulería, una farmacia, un correo, un corralón de materiales o una veterinaria permitirá tomar contacto con su uso, si es que este no fuera conocido por los niños.

En ambientes urbanos, es frecuente que los chicos conozcan, por ejemplo, las balanzas digitales que se usan en las fiambrerías o en los supermercados, instrumento cuyo uso resulta difícil de relacionar con las comparaciones cualitativas que se pueden hacer sopesando elementos. Además, esas balanzas, a diferencia de las de dos platillos que comparan masas, funcionan como dinamómetros, comparando un peso con una escala graduada. Cualquiera sea el caso, es importante recuperar los conocimientos disponibles de los niños para determinar cómo avanzar en la comprensión del proceso de medir.

A continuación, presentamos una secuencia de actividades para el tratamiento del peso. Para desarrollarla, se requiere contar con una balanza de platillos, pesas y una balanza de cocina. Las pesas se pueden reemplazar por paquetes de alimentos u otros productos en los que figure el peso y, eventualmente, se podrían fabricar la balanza de platillos y las pesas dentro un proyecto más amplio.

El envío de paquetes por correo, por ejemplo, ofrece un contexto en el que tiene sentido estimar el peso de lo que se quiere enviar para anticipar entre qué valores podría encontrarse lo que hay que pagar cuando se conoce la tarifa. Contar con esta información permitiría agregar otros problemas a esta secuencia, dando sentido a la necesidad de estimar y de medir.

Secuencia para estimar y pesar objetos: “Sopesando y pesando”

Para realizar las actividades de esta secuencia se necesitan objetos de peso, forma y volumen diferentes y una balanza de platillos. Si se utiliza el ejemplo del envío postal, podríamos usar, por ejemplo, distintas cajas que, con dimensiones más o menos similares, contengan objetos de distintos materiales. En otro caso, se podrían usar paquetes de alimentos, bolsas con distintas cantidades de frutas, tornillos, etcétera.

[18] **Recomendación de lectura:** véase el apartado “Los contextos”, en “Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo” de este *Cuaderno.*

Actividad 1

Propondremos a los niños que realicen una primera estimación acerca del peso de los paquetes y que registren sus anticipaciones acerca de, por ejemplo, cuál será el más caro para enviar por correo, sabiendo que en la tarifa se considera el peso y dimensiones del paquete. Para continuar, los alumnos harán una segunda estimación sopesando los objetos con sus manos y luego, entre todos, determinarán cuál es el más pesado, usando una balanza de platillos. Es posible ordenar los datos en una tabla para luego analizar las diferencias entre los valores obtenidos, discutir sobre las posibles causas de los diferentes resultados y registrar las conclusiones a las que se arribe.

Actividad 2

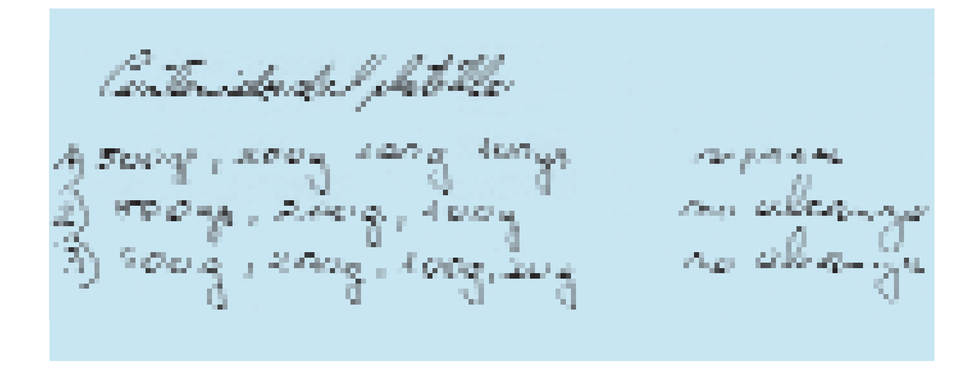
Se necesita una balanza de platillos, pesas de 500 g, 200 g, 100 g, 100 g, 50 g, 20 g, 20 g, 10 g con etiquetas que indican de manera legible su valor y distintos paquetes de distintos pesos. También es posible incluir pesas con denominaciones fraccionarias para evaluar, por ejemplo, la equivalencia 1/2 kg = 500 g.

En primer lugar, escribiremos en el pizarrón los valores de las pesas, luego pondremos en uno de los platillos la pesa de 500 g, al tiempo que preguntaremos si es posible equilibrar la balanza usando las pesas disponibles. Esto se repite con otras pesas, como la de 200 g, de 50 g, etcétera.

A continuación, propondremos pesar distintos paquetes. Para complejizar la situación, promoviendo el intercambio de pesas por otras equivalentes, es conveniente proponer que indiquen el peso de otro objeto más el peso de un paquete. El peso de este objeto tendrá que ser superior a 1kg y juntos deben pesar menos de 2 kg. Es importante aclarar que las únicas pesas disponibles son las que están etiquetadas.

En esta actividad, los chicos comenzarán pesando objetos con una balanza de platillos, tratando de evitar operaciones inútiles y extrayendo información de las situaciones de equilibrio y desequilibrio en la balanza para terminar reconociendo la relación 1kg = 1000 g.

El siguiente ejemplo ilustra el trabajo de un alumno que escribía en el pizarrón el contenido del platillo y sus correspondientes constataciones.



El resto de los alumnos iba realizando las siguientes anticipaciones: el paquete pesa menos de 900 g, el paquete pesa más de 800 g y menos que 900 g, el paquete pesa más de 820 g y menos que 900 g.

Para trabajar la estrategia de "pesada" con la balanza de platillos y desalentar la búsqueda del resultado por tanteo, luego de algunos ensayos iniciales, podemos proponer a los alumnos que:

- piensen y registren cuál podría ser el próximo ensayo;
- discutan las sugerencias que hicieron y seleccionen una;
- el alumno encargado de pesar ensaye la propuesta seleccionada y el resto de la clase establezca un nuevo encuadramiento;
- reiteren este proceso hasta la obtención del equilibrio.

Al pesar conjuntamente los dos objetos, los chicos pueden tomar conciencia de que no les alcanzan las pesas para pesar los objetos dados. En caso de que ningún alumno piense en utilizar el primer paquete como un peso conocido, podemos hacer la sugerencia, explicitar el procedimiento y convocar a los alumnos a realizar la pesada. Es posible que se susciten algunas discusiones sobre la posición de los mismos, ya que hay alumnos que piensan que el resultado será distinto según se coloquen las pesas sobre el objeto o el objeto sobre las pesas.

La siguiente actividad permitirá a los chicos ampliar el repertorio de referentes y avanzar en el uso de escrituras de cantidades.

Actividad 3

Les mostraremos a los chicos objetos familiares y les propondremos que anticipen su peso. Luego, harán una segunda estimación sopesando los objetos y las pesas utilizadas en la actividad 2.

A fin de determinar cuáles son las mejores estimaciones, podemos proponer que utilicen una balanza de cocina para pesar los objetos y registrar dichos pesos.

El registro de toda esta información en una tabla facilita las comparaciones y para ello, según los saberes del grupo en relación con este tipo de registros, podremos entregar una tabla ya preparada al inicio de la actividad o dejar que este recurso sea elaborado por los niños.

Este problema de estimación habilita para trabajar la referencia del peso de ciertos objetos familiares e introduce el uso de la balanza con cuadrante. Esto requerirá de nuestras intervenciones para garantizar que los niños se ubiquen frente al cuadrante y no de costado, y también para interpretar el valor de las marcas entre los grandes trazos numerados.

En esta secuencia hemos presentado actividades para tratar el peso que exigieron: comparar los pesos de dos objetos a través de los sentidos; elaborar estrategias de medición para pesar objetos con distintas balanzas y expresar el resultado con escrituras compuestas y fracciones del kilogramo; estimar el peso de determinados objetos y efectuar cálculos simples.

Es importante que tengamos en cuenta que no alcanza con realizar alguna de estas actividades en forma aislada. Al presentarlas en una secuencia se favorece el avance en las estimaciones a partir de la reflexión realizada en la actividad precedente. Por otro lado, trataremos de aumentar el número de referentes de peso disponibles con el fin de que los chicos los utilicen en la estimación del peso de nuevos elementos.

Además de las actividades que involucran mediciones efectivas, tendremos que incluir situaciones que vuelvan sobre lo realizado para reflexionar sobre algunas equivalencias entre cantidades y entre expresiones fraccionarias y decimales[19]. Por ejemplo:

- Analía tiene una pesa de 200 g, dos de 100 g, dos de 50 g. ¿Puede comprobar en su balanza si son correctas las etiquetas de estos paquetes? ¿Cómo?



[19] **Recomendación de lectura:** véase el apartado “Las representaciones”, en “Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo” de este *Cuaderno.*

Con respecto al trabajo con **capacidad,** en 3er año/grado, los alumnos seguramente ya han resuelto situaciones en las que tuvieron que comparar el contenido de distintos recipientes estableciendo relaciones del tipo: *Contiene más, menos, igual que.*

Si esto no se hubiera realizado antes, es conveniente que planteemos comparar una variedad de recipientes con características distintas en cuanto a su altura, su diámetro, la uniformidad de sus secciones, pero que al mismo tiempo tengan capacidades aproximadas que tornen difícil dar “a ojo” el orden correcto. Una primera comparación tal vez lleve a los niños a utilizar estas particularidades para argumentar el orden elegido, por ejemplo, *Este es el menor porque es el más bajo,* o bien *Este es el más grande porque es el más alto.* La manera de verificar la forma en que se pensó el orden es ir comparando pares de recipientes por trasvasamiento o bien pensar en un recipiente de capacidad mayor: *Llenar con arena cada recipiente, volcar ese contenido en el recipiente grande y hacer una marca. Recién después ordenar por las marcas.*

Avanzar en el tratamiento de las unidades de capacidad nos permitirá ofrecer una variedad de problemas ligados a la operatoria de fracciones, en principio, a partir de fracciones usuales del litro.

La exploración de la diversidad de recipientes en los que se comercializan bebidas da un contexto posible para explicitar las primeras equivalencias. Podríamos presentar la situación de calcular la cantidad de vasos de distinto tamaño que se pueden llenar con el contenido de una botella.

Actividad 4

Si es posible, cada grupo de alumnos tendrá una botella de distinta capacidad (3/4, 1, 1 1/2 y 2 litros) y un conjunto de vasos o envases de distintos productos lácteos, por ejemplo de 1/2 litro, 1/4 litro y 1/8 litro para averiguar. *¿Cuántos vasos o envases de cada tipo se pueden servir con el contenido de la botella?*

En primer lugar, interesa que los chicos anticipen y discutan cómo van a hacer las comprobaciones, ya que no se trata de probar directamente la capacidad de cada vaso, sino de establecer relaciones entre los mismos que permitan responder a la pregunta con la mayor economía de trasvasamientos posibles.

Los chicos podrán utilizar distintas representaciones para registrar la capacidad de los vasos, ya que la pregunta derivará en determinar *¿Qué parte del litro es cada vaso? ¿Cuántos necesito de cada uno para completar un litro?*

En función de los conocimientos que tienen disponibles, algunos chicos usarán fracciones, otros podrán escribir *Con cuatro formo un litro.* De todos modos, cabe destacar aquí que estos resultados son aproximados porque, por una parte, el contenido inicial de la botella puede no ser el que señala la etiqueta y, por otra

parte, aunque los trasvasamientos se realicen con cuidado toda medición supone un error. En consecuencia, habrá que distinguir entre afirmaciones, como *Si con cuatro formo un litro, cada vaso tiene más o menos 1/4 litro* de otras afirmaciones, como *4 x 1/4 litro = 1litro* o aun más *4 x 1/4 = 1.*

Para que los chicos pongan en funcionamiento las equivalencias entre medios, cuartos y octavos, podemos hacer preguntas como las siguientes: *¿Qué diferencia en litros guardan los recipientes entre sí? ¿Cuántos litros reúnen el recipiente 1 y el recipiente 2?* o bien *Necesito obtener tantos litros. ¿Con qué recipientes puedo hacerlo para desperdiciar la menor cantidad posible?, etcétera.*

Otra posibilidad para establecer equivalencias es proveer instrumentos graduados (jarras, biberones, recipientes graduados en 1/2 litro, 1/4 litro y 1/8 litro o en ml) distintos para cada grupo y discutir cuáles serían más útiles para resolver distintos problemas que requieran medir capacidades, como preparar una receta de cocina o una mezcla para un revestimiento de pared, colocar cloro en un tanque de agua, fertilizante en una regadera, etcétera.

En este caso, si bien se elimina la posibilidad de discutir sobre algunos aspectos ligados a la iteración de la unidad, –cuando se pregunta *cuántas veces entra la unidad en la cantidad a medir*– se plantean de entrada las equivalencias entre las capacidades de los recipientes en medios, cuartos y octavos de litro y en ml, dl o cc, porque justamente esa es la escala disponible en dichos objetos. Las equivalencias 1 l = 1000 ml = 10 dl = 1000 cc y las correspondientes fracciones de litro las registraremos en un afiche colectivo a fin de recurrir a ellas en otras oportunidades; también pueden ser registradas en las carpetas para consultarlas cuando lo necesiten.

Otra posibilidad es que los alumnos construyan recipientes graduados, lo que tiene ribetes muy interesantes. ¿Cómo conduciremos este proceso? En principio, analizaremos algunos recipientes graduados frecuentados por los alumnos en los términos descriptos en el párrafo anterior: las unidades que se usan y las equivalencias entre ellas.

En un segundo momento, los chicos deberían determinar las unidades que se utilizarán para graduar los recipientes, lo que también podría dar lugar a fabricarlas.

- Con estas cajas de leche de 1 l vamos a fabricar cajas de medio litro, de $\frac{1}{4}$ l y de $\frac{1}{8}$ l.[20] ¿Cómo podemos recortarlas?

[20] Esta propuesta ha sido adaptada de Saiz, I. (1987), *Fracciones. Un aprendizaje diferente.* NIM N° 2, Corrientes, mimeo.

Luego, es posible proponer a los chicos que gradúen algunos envases (de variadas formas y transparentes) provistos por nosotros con los recipientes de 1/2, 1/4 y1/8 litro, haciendo las marcas sobre una cinta de papel pegada en su exterior.

Si contamos con varios recipientes iguales, pero cuya forma no es cilíndrica, es interesante comparar los distintos procedimientos que los niños utilizan para graduarlos.

Algún alumno puede marcar 1/2 l y, para marcar 1/4 y 1/8, podría dividir en dos las distancias encontradas. Otro alumno podría tomar el envase de 1/8 l, llenarlo, volcarlo en el recipiente a graduar haciendo marcas sucesivas. Si se comparan ambos recipientes, se comprueba que las marcas no coinciden. Será el momento en que tendremos que instalar el debate alrededor de la falta de correspondencia entre dichos trazos y discutir sus causas. Cabe aclarar aquí que también es posible que los niños que utilizan el mismo procedimiento obtengan marcas ligeramente diferentes debido a la repetición de los trasvasamientos.

En *Cuadernos para el aula* del área de Tecnología se sugiere abordar las técnicas de construcción con materiales. La actividad propuesta incluye la fabricación de recipientes utilizando distintas técnicas de transformación de materiales. Estos serán de variadas formas y capacidades. Es posible proponer la estimación de la capacidad de cada recipiente y graduarlo, articulando así el trabajo de ambas áreas.

Podemos continuar investigando los modos de graduar recipientes a partir de tener que determinar una cierta cantidad de líquido o de arena. En este caso, es importante que la medida de dicha cantidad no pueda ser leída de forma directa con un recipiente graduado en 1/8 l, es decir, que no coincida con los múltiplos de 1/8.

El propósito de esta situación es iniciar a los alumnos en la discusión de la medición de una cierta cantidad no coincidente con algún trazo de la graduación, por lo tanto es conveniente analizar en este punto las desventajas que tiene un recipiente del tipo A con uno del tipo B y cómo es posible, en este último caso, resolver el problema planteado.

Sólo se requeriría disponer de algún recurso que permita dividir en partes iguales el espacio entre los trazos de la graduación y que una de esas divisiones coincida con el nivel alcanzado por el contenido. Este planteo es muy interesante según el tipo de números que tienen los trazos de la graduación. En la resolución de esta situación, se podrán presentar distintos conflictos, como por ejemplo: *Si la escala de mi vaso graduado está en cuartos litros y necesito dividirlo en tres partes iguales, ¿qué hago?,* o *¿Cómo puedo dividir en 8 si la escala de mi vaso toma como unidad 250 ml?*



A B

La puesta en común puede ser una buena oportunidad para retomar equivalencias entre fracciones de litros entre sí, entre algunas unidades del sistema decimal entre sí, entre algunas fracciones de litros y algunos submúltiplos... También para hacer cálculos y registrar sus resultados.

Otros planteos que podrían ser útiles para organizar una secuencia de trabajo[21]:

- Buscar recipientes graduados o envases de distintos productos que incluyan cantidades expresadas en dl, cl, ml para construir representaciones de los distintos órdenes de magnitud y establecer algunas equivalencias.
- Diseñar y construir envases, a partir de un cartón de jugo o de leche, incorporando el registro de su capacidad y usando la escritura decimal. Por ejemplo:

Construyan un recipiente de un décimo del litro (1/10 l = 1 dl = 0,1 l).

En estas situaciones, los chicos enriquecen sus prácticas respecto de la capacidad y tienen oportunidad de ordenar recipientes según lo que puedan contener (estimando y comprobando esas estimaciones por trasvasamiento);

[21] **Recomendación de lectura:** véase el apartado “Las situaciones de enseñanza”, en “Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo” de este *Cuaderno.*

elaborar estrategias de medición con distintos instrumentos (unidades no convencionales, jarras graduadas, unidades fracciones de litro) para ordenar recipientes por su capacidad; expresar el resultado de la medición con escrituras compuestas y fracciones de l; elaborar referentes cotidianos relativos al orden de magnitudes de algunas unidades de capacidad y efectuar cálculos simples.

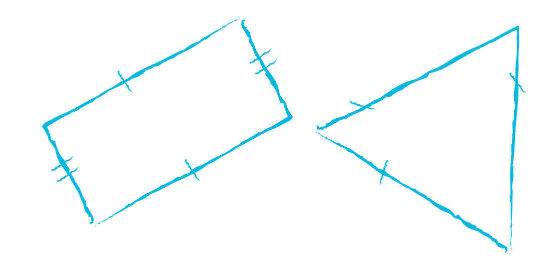
Con respecto a la **longitud,** los chicos a lo largo del Primer Ciclo ya han realizado mediciones efectivas. Seguramente, ya han determinado medidas aproximadas usando una "parte del cuerpo", metros, centímetros o milímetros en función del problema que deben resolver y de los instrumentos disponibles. También es probable que hayan estimado longitudes, como referencia a la altura o al largo de ciertos objetos conocidos, que ya funcionan como referentes.

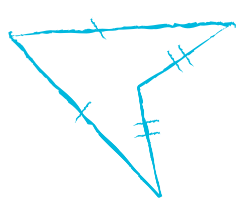
En 4° año/grado presentaremos situaciones en las que, además de medir efectivamente con la regla graduada (en particular con el doble decímetro), los alumnos debatan sobre las imprecisiones obtenidas y sobre el control numérico que se puede obtener. Para hacerlo, es posible, por ejemplo, trabajar sobre problemas que requieran comparar perímetros de distintas formas geométricas.

Para que la actividad tenga sentido, es necesario enmarcarla en una secuencia más amplia que retome el trabajo realizado a propósito de las propiedades de las figuras, como la congruencia de los lados, discutiendo relaciones entre forma y perímetro. De este modo, además, estamos articulando el trabajo de Geometría con el de Medida.

Si bien la exploración de las variaciones entre perímetros y áreas se abordará en 5° año/grado, es inevitable considerar, aunque no lo evaluemos en términos de su medida, la existencia de la superficie. Por ejemplo, se podría preguntar a los alumnos:

- ¿Es posible afirmar que alguna de estas figuras tiene mayor perímetro que otra o no? ¿Por qué?





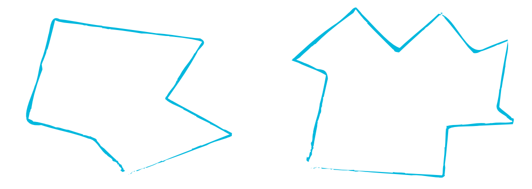
Aun conociendo la existencia de lados congruentes, algunos alumnos podrían afirmar que alguna tiene un perímetro mayor que otra, cuando en realidad se diferencian por su forma y área.

Algunas dificultades que muchos alumnos presentan para diferenciar perímetro y área pueden atribuirse, al menos en parte, a un tratamiento escolar poco articulado. Es frecuente que primero se calculen perímetros, en 4º año/grado, y después áreas, en 5º año/grado, pero no se presentan situaciones que permitan vincular estas medidas o discutir si un aumento en el perímetro deriva necesariamente en un aumento del área, situación que solo puede generalizarse para el caso de polígonos regulares.

Según las formas geométricas a las que se les deba hallar el perímetro, podremos presentar problemas de cálculo teniendo en cuenta las propiedades de los lados de dichas figuras. Por ejemplo, al calcular el perímetro de un cuadrado o rectángulo no será necesario medir cada uno de los lados, ya que con uno o dos respectivamente alcanza.

Para que la medición efectiva de perímetros suponga algún desafío, es necesario que presentemos, para su comparación, dos polígonos irregulares dibujados en hoja lisa de, por ejemplo, 8 y 10 lados, y cuyos perímetros estén entre 45 cm y 55 cm.

- ¿Cuál es la diferencia entre los perímetros de los siguientes polígonos?



En una puesta en común, posterior a las mediciones efectivas, se puede:

- registrar los resultados obtenidos en el pizarrón y discutir respecto de las formas de expresar las longitudes (en cm y mm, en mm, con escrituras con coma, etc.);
- debatir sobre las posibles razones de las diferencias entre las medidas: en el caso de que el largo del segmento no pueda leerse en un número entero de mm, *¿qué pasa si elijo siempre la raya de atrás?, ¿o siempre la de adelante?, ¿cómo hacer para equilibrar las faltas o los excesos?*
- analizar las distintas formas de determinar el perímetro considerando ventajas y obstáculos, por ejemplo: si hay segmentos que no han sido medidos, *¿cómo hacer para no olvidarse de ninguno?;* si se ubica de manera incorrecta la regla sobre el segmento que se mide, *¿desde dónde empezar a contar para leer correctamente?;* si hay errores de cálculo en la suma de longitudes, *¿por qué no pensar en utilizar la calculadora para controlar?*

Incluir el trabajo con calculadora en esta última actividad permite volver sobre el trabajo realizado con expresiones decimales, por ejemplo, al decidir *cómo entrar 7 cm y 8 mm en la máquina.*

Esta propuesta es un ejemplo de articulación de los contenidos de Medida con los del Eje "Número y Operaciones" y, en particular, del trabajo planteado para la escritura de decimales al resolver situaciones con la calculadora.

Es interesante analizar el valor máximo obtenido para cada perímetro, el valor mínimo, y determinar si alguno de ellos no resulta razonable en función de la precisión del instrumento del que se dispone. A partir de la consideración de estas cuestiones, lograremos encontrar un intervalo que incluya las respuestas razonables encontradas por los alumnos y no una "respuesta correcta", encuadrando el resultado de la medición. Por ejemplo, el perímetro está entre 48,5 cm y 49 cm. Y por qué no pensar en una escritura del tipo 46,9 cm < perímetro de la figura 1 < 50,7 cm, donde los valores planteados son el máximo y mínimo razonables encontrados por los alumnos.

Si bien en esta etapa no se espera un tratamiento exhaustivo del error, es importante que los niños vayan advirtiendo que el resultado de una medición siempre se encuentra sujeto al instrumento que se utiliza y, por lo tanto, más que hallar "un valor" lo que se obtiene es un intervalo en el que afirmamos que se encuentra la medida buscada. La amplitud del intervalo y, por lo tanto, la confianza de la medición, dependerán del instrumento, en tanto que si se requiere mayor precisión, habrá que cambiar de instrumento o de estrategia.

En estas actividades, los niños tuvieron la oportunidad de medir con la regla graduada el contorno de ciertas figuras poligonales y, en ese contexto, calcular sumas de cantidades con descomposiciones, del tipo 12 cm 3 mm y/o cantidades escritas con coma decimal como 12,5 m y tratar la inexactitud de toda medición.

Plantear situaciones para calcular medidas con distintos procedimientos

Los cálculos de medidas pueden realizarse a partir de una medición efectiva o en contextos en los que los datos de medidas vienen dados o se pueden buscar en alguna fuente al alcance de los niños. El objetivo de estas actividades es que los chicos establezcan relaciones entre las distintas unidades sin necesidad de llegar a formalizar los procedimientos, por ejemplo *para pasar de m a cm se corre la coma dos lugares hacia la derecha,* sin que se adviertan las razones por las que este procedimiento "funciona".

Tal como se afirmó al desarrollar el Eje “Número y Operaciones”, al seleccionar los problemas que involucren cálculos de medidas se buscará que impliquen escrituras fraccionarias y que exijan construir equivalencias, compararlas, sumarlas, multiplicarlas y dividirlas por un entero.

Algunos problemas en los que los chicos pueden calcular medidas con distintos procedimientos en situaciones reales de medición son, por ejemplo:

- Si se necesita calcular el peso de un objeto pequeño y no se dispone de pesas adecuadas, es posible pesar 10 objetos idénticos, o más, y a partir del resultado obtenido determinar el peso buscado.
- Después de determinar la capacidad de un recipiente, calcular el contenido de 5 recipientes idénticos.
- Colocamos una pesa de 1kg en uno de los platillos y un objeto de peso inferior en el otro. Un alumno es el encargado de establecer el equilibrio colocando pesas marcadas junto al objeto. El resto de los alumnos debe encontrar el peso del objeto a partir del inventario de las pesas utilizadas para lograr el equilibrio o pensar distintas combinaciones de pesas que podrían usarse.

La idea es utilizar las relaciones 1 kg = 1000 g , 1 l = 10 dl o 100 cl, 1 m = 100 cm = 1000 mm para expresar el resultado de cálculos asociados a una medición, tener la posibilidad de “controlar” el resultado por mediciones efectivas y registrar con escrituras diferentes (en g o en kg y g , en cl, ml o en l y ml, etcétera).

Es importante señalar aquí que la unidad en la que se expresa el resultado está determinada por la situación que se está resolviendo. Por ejemplo, después de calcular la distancia entre dos ciudades, sumando las cantidades en km que aparecen en un mapa no tiene sentido expresar esa cantidad en metros. En cambio, si para evitar la propagación de algunas enfermedades se quiere agregar lavandina en el tanque de agua de la escuela y se sabe que para un litro de agua se necesitan 2 o 3 gotas, para resolver el problema habrá que contar las gotas que entran en un vasito medidor, como los que se usan para los antibióticos, efectuar algunos cálculos y establecer equivalencias para expresar el resultado en una unidad adecuada.

En relación con los problemas que involucran el cálculo de medidas con distintos procedimientos sin recurrir a prácticas efectivas de medición, habrá que tener en cuenta tanto la presentación de situaciones en contexto de uso que sean verosímiles como otras que apunten explícitamente al análisis de las relaciones entre unidades. En ambos casos, se promoverán la anticipación y la evaluación de la razonabilidad de los resultados, estableciendo equivalencias entre cantidades solo si la situación lo requiere, sin forzar una práctica mecánica y poco significativa para los alumnos.

Para resolver estos problemas, los chicos tendrían que hacer cálculos como los siguientes:

• Realizá los siguientes cálculos:
500 g + 1 kg 300 g + 250 g = ...
250 g + $\frac{1}{2}$ kg + 1 kg 200 g = ...
la mitad de 3 l 600 ml = ...
1 l 350 ml - $\frac{1}{4}$ l = ...
1 kg 200 g + ... = 3 kg $\frac{1}{2}$

Al resolver estos cálculos, los chicos utilizarán las relaciones entre las distintas unidades y podrán componer y descomponer las cantidades utilizando procedimientos de cálculo mental.

Por ejemplo, en el caso c), algunos alumnos podrán repartir en dos cada uno de los términos (la mitad de 3 l es 1 l y 1/2 l o 1 l 500 ml y la mitad de 600 ml es 300 ml), para luego sumar los resultados (1 l + 500 ml + 300 ml). Otros alumnos podrán pensar que 3 l es lo mismo que 3000 ml y agregarle los 600 ml, para luego dividir 3600 en dos (1800 ml, lo que es lo mismo que 1 l y 800 ml). Asimismo, se podrán establecer equivalencias entre escrituras fraccionarias y decimales.[22]

En 4° año/grado es fundamental articular el trabajo de medida con el de números racionales, pues es en este contexto que las fracciones adquieren sus primeros significados para los chicos, ya que el uso social más difundido de estas escrituras está asociado a medidas de tiempo, peso, capacidad y longitud.

Para el trabajo con números decimales, son particularmente útiles las situaciones de reparto equitativo de cantidades. Si bien no se espera que los niños avancen hacia las cuentas de dividir en las que se obtiene cociente decimal, es posible comenzar a discutir el sentido de que quede o no resto y cómo puede repartirse ese resto para hallar el cociente exacto.

[22] **Recomendación de lectura:** véase el apartado "Plantear situaciones para operar con fracciones con distintos procedimientos (sumas, restas, dobles, etc.)", de este *Cuaderno*.

- Celina cose y teje para un negocio. Ayer entregó 4 mantas iguales que había hecho con 5 kg de lana que tenía. Si le piden una manta más, ¿cuánta lana necesita comprar?

Para resolver este problema, los niños podrán usar procedimientos como los siguientes:

En estos casos, además de discutir sobre los distintos procedimientos utilizados por los chicos, se podrá reflexionar sobre las equivalencias entre los diferentes resultados obtenidos.

En relación con la medida del **tiempo**, en *Cuadernos para el aula: Matemática 3*, se plantea la lectura de relojes de aguja y/o digitales para responder a las preguntas *¿Qué hora es? ¿A qué hora entran los alumnos del turno de la tarde? Si el colectivo debía pasar a las 13 hs 25 min y tiene 15 min de atraso, ¿a qué hora pasa?* La intención de estas preguntas es expresar las medidas de tiempo en el sistema sexagesimal (13 h 25 min en el digital aparece 13:25) y discutir sobre las diferencias que plantean dichos relojes (la sola posición de las agujas no informa si es antes del mediodía o después).

En 4° año/grado el tratamiento de las duraciones debe permitir tratar y hacer evolucionar los conocimientos que los alumnos tienen de las expresiones fraccionarias[23]. La idea aquí es poner en evidencia la designación de ciertas partes de la hora por una fracción y su equivalencia con cierta posición de las agujas en el reloj además de su expresión en horas y minutos. Para ello, se pueden presentar situaciones tales como:

• Diego sale de su casa a las 7:10 para ir a la escuela y viaja durante un cuarto de hora. ¿A qué hora llega a la escuela?

• Pedro necesita tres cuartos de hora para llegar a su lugar de trabajo. Si llega a las 8 hs, ¿a qué hora sale de su casa?

Las consignas precedentes pueden ser escritas con expresiones fraccionarias, como 1/2 h, 1/4 h y 3/4 h, y los chicos tendrán que encontrar y registrar sus equivalencias en minutos (1/2 h = 30 min; 1/4 h = 15 min) apoyados en que 1 h = 60 min, un cuarto de hora es la mitad de la mitad de una hora, tres cuartos de hora es 3 veces un cuarto de hora…

Se tiene, así, un contexto adecuado para analizar las distintas formas de componer la unidad en medios y cuartos: *dos veces 1/2 h hacen una hora; también 4 veces 1/4 de hora hacen una hora; 1/2 h y 1/4 h es lo mismo que 3/4 h; 1h menos 1/4 h es 3/4 h...* y la posibilidad de establecer vínculos con situaciones de medición anteriores (un litro y medio, un kilo y cuarto...).

Para resolver estas situaciones relativas a la medida del tiempo, los alumnos deben comprender el significado de las fracciones simples de la hora; conocer equivalencias entre las diferentes expresiones de la hora (escritura fraccionaria, hora y minuto, posición de las agujas sobre el reloj) y hacer cálculos simples.

Los nuevos problemas que se planteen deben hacer intervenir estas distintas formas de registro (fraccionaria, y en horas y minutos) tanto en términos de interpretación como de producción por parte de los alumnos.

[23] **Recomendación de lectura:** véase el apartado "Plantear situaciones para medir, repartir o partir usando fracciones", de este *Cuaderno*.

Por último, cabe señalar que la tarea de realizar prácticas efectivas de medición no es fácil ni cómoda y, por lo general, nos enfrentamos con algunos problemas: instrumentos de medida que no se cuentan en cantidad suficiente para todos los alumnos, instrumentos defectuosos o con ligeras diferencias, problemas de precisión en la lectura o en el uso del instrumento, problemas de escritura de la medida resultante, etcétera.

Lo dicho anteriormente pone de relieve la importancia que tiene la preparación minuciosa y previa, por nuestra parte, de las actividades que deseamos realizar y de las condiciones que las mismas exigen para el logro de sus objetivos.

Otro punto a considerar es el de la distribución de estas situaciones en la planificación anual. La idea es que tanto las secuencias como las situaciones planteadas puedan ser organizadas en “núcleos de problemas de medidas” para ser tratados en distintos momentos del ciclo lectivo y durante todo el año escolar, articulando el trabajo con el desarrollo de los saberes incluidos en el Eje “Número y Operaciones”. Esta organización garantizaría para los alumnos prácticas recurrentes en tiempos no sucesivos y sin asignar a estos contenidos una unidad (en general la última) del plan anual.

Para trabajar con la información

Tal como hemos planteado, el trabajo sobre el tratamiento de la información es transversal a los dos ejes de contenidos. En el caso de los problemas espaciales, geométricos y de medida, este trabajo también concierne a la consideración de aspectos que pueden ser retomados en algunas de las actividades planteadas.

Es el caso de la actividad 2 de la página 141 donde hay información en un dibujo y en un texto. Aquí, la información del dibujo permite determinar que la tapa es de 6 cm por 4,5 cm. Si no se diera el dibujo, habría 3 “tapas” posibles para la caja. Otro caso es el de la consideración del número de triángulos total de cuadriláteros que se pueden armar en la actividad 2 de la página 147. Se podría discutir con los alumnos la forma de realizar una búsqueda exhaustiva de todas las combinaciones posibles usando los cuatro triángulos.

Si bien aquí hemos mostrado sólo dos ejemplos, combinar los modos de presentar la información y analizar cuando sea pertinente el número de soluciones son aspectos que permitirán al docente enriquecer el trabajo con los problemas.